



Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет космических исследований

Магистерская программа “исследования Луны и планет”

Выпускная квалификационная работа

Моделирование формы импульсов рентгеновских пульсаров

выполнил студент м206 группы Мегрелишвили Б.А.

научный руководитель: к. ф.-м. н. Липунова Г.В.

научный соруководитель: к. ф.-м. н. Аболмасов П.К.

Москва, 2023

Содержание

1	Введение	3
1.1	Модель дисковой аккреции	5
1.2	Предел Эддингтона	6
1.3	Сверхэддингтоновская аккреция	6
1.4	Магнитосфера	7
1.5	Полярные колонки	9
2	Постановка задачи	11
3	Исследуемые величины	11
3.1	Рассчитываемые величины	13
4	Модель	15
4.1	Геометрия полярной аккреционной колонки	15
4.1.1	Элементарная площадка	16
4.1.2	Расчет угла ψ проекции излучающей площадки на луч зрения	16
4.2	Модель теплового излучения колонки	17
4.2.1	Распределение температуры в колонке T_{eff}	17
4.3	Учет самозатмений	19
4.3.1	Основы метода	19
4.3.2	Затмения, вызванные аккреционной колонкой	20
4.3.3	Затмения, вызванные НЗ	21
4.4	Параметры модели	21
5	Процедура расчета	22
5.1	Расчет спектральной и болометрической светимости	22
6	Результаты	23
7	Заключение	36
	Список используемой литературы	37
A	Часто используемые символы	38
A.1	Параметры программы	39
A.2	Значения фиксированных параметров программы	39
A.3	Параметры модели Баско-Сюняева	39

1 Введение

С началом космической эры открылась возможность исследования рентгеновского диапазона излучения, для которого атмосфера Земли полностью непрозрачна. В данных, полученных с первой орбитальной рентгеновской обсерватории *UHURU*, которая была запущена в 1970 году, ученые обнаружили странные периодические пульсирующие сигналы, период которых точно сохранялся со временем (см. рис. 1). Этому феномену дали название рентгеновский пульсар.

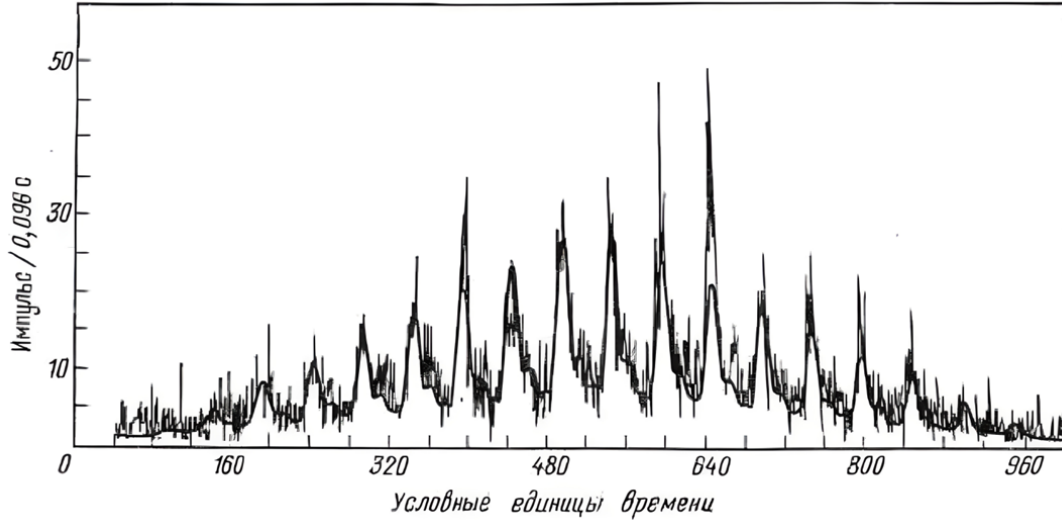


Рис. 1: Пульсации первого открытого рентгеновского пульсара Cen X-3 (Giacconi et al. 1971). Данные были получены с помощью рентгеновской обсерватории *UHURU*.

Сразу было предложено множество гипотез об источнике этого сигнала. На сегодняшний день построено подробное теоретическое объяснение, в котором рентгеновские пульсары представляют собой нейтронные звезды (НЗ), находящиеся в тесных двойных системах в паре с нормальной, не релятивистской звездой (см. рис. 2). При этом, поскольку нейтронные звезды лишены внутренних источников энергии, то основным механизмом, способным обеспечить наблюдаемую у них высокую светимость¹ ($L \approx 10^{35} - 10^{38}$ эрг/с) является аккреция² вещества своего нормального звездного компаньона.

В настоящее время качественно и количественно процессы, происходящие при аккреции вещества в тесных двойных системах, достаточно хорошо описаны (см., например, Lipunov 1987). Пульсации в этой теории объясняются следующим образом: по мере вращения нейтронной звезды направление излучения и площадь видимой излучающей поверхности изменяются относительно наблюдателя, что вызывает пульсирующую величину потока наблюдаемого излучения с периодом, равным периоду вращения НЗ.

¹Светимость — количество энергии, излучаемой источником за секунду. Подробнее в §3

²Аккреция — падение вещества под действием гравитации

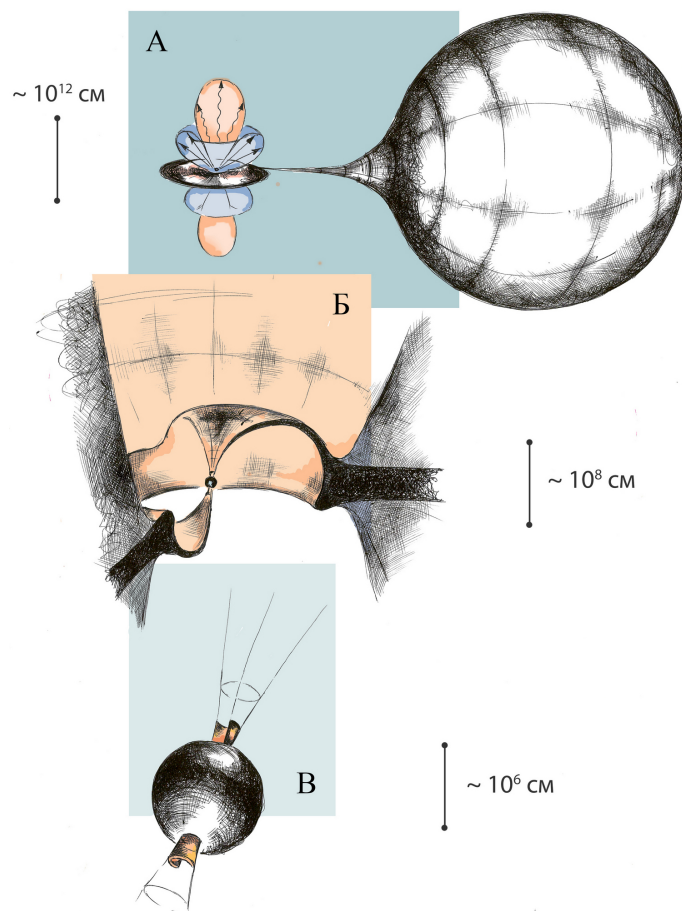


Рис. 2: Современное представление об аккрецирующих нейтронных звездах на разных пространственных масштабах: от характерных размеров двойной системы (А) до масштабов внутренней границы аккреционного потока (Б) и самой нейтронной звезды (В). Изображение взято из статьи А.Муштукова об ультрамощных рентгеновских пульсарах (ULX).

Рентгеновские пульсары демонстрируют большое разнообразие форм импульсов, которые различаются от источника к источнику. И даже у конкретного источника импульсы могут меняться довольно сильно. Закономерности и причины всех этих особенностей, в целом, далеки от всестороннего понимания. Во многих теоретических работах было предложено множество гипотез, объясняющих нетривиальные формы импульса: горячие пятна сложной формы, прецессия оси вращения НЗ, искаженное поле магнитного диполя, в котором магнитные полюса смещены относительно магнитной оси, релятивистские эффекты...

В данной работе мы исследуем, какие формы импульса ожидаются при учете того, что вещество, аккрецирующее на НЗ, вблизи ее поверхности образует пространственную оптически толстую структуру, так называемую аккреционную колонку (а точнее две). Дело в том, что при больших темпах аккреции на замагниченные НЗ, вещество начинает тормозиться до того, как сталкивается с поверхностью — из-за громадного давления излучения, идущего “снизу” — радиационной ударной волны. Такой режим аккреции был впервые предсказан в работах (Davidson 1973), (Inoue 1975), (Basko & Sunyaev 1976).

В последнее время аккреционные колонки вновь привлекли внимание исследователей в связи с обнаружением того, что от некоторых далеких, но чрезвычайно мощных рентгеновских источников, связанных с аккрецией в двойных системах, были детектированы пульсации приходящего излучения. Это открытие свидетельствует в пользу того, что в них вещество с громадным темпом аккрецирует на сильно замагниченные звезды — те самые объекты, в которых данный режим радиационной волны ожидается.

Приняв во внимание только основные геометрические и физические эффекты, мы обнаруживаем большое разнообразие форм пульсаций излучения от аккреционных колонок, которые

могут быть зарегистрированы удаленным наблюдателем. В результате вращения нейтронной звезды со временем меняется видимая площадь и угол обзора излучающих поверхностей колонок. Мы также учитываем, что в системе двух аккреционных колонок и нейтронной звезды происходят периодические самозатмения излучающих поверхностей колонок, что приводит к появлению весьма сложных форм импульсов. Кроме того, опираясь на предложенную ранее Баско и Сюняевым физическую модель структуры аккреционной колонки, мы исследуем зависимость наблюдаемых характеристик — форм импульсов и доли пульсирующего излучения — от темпа аккреции на нейтронную звезду.

1.1 Модель дисковой аккреции

Современные приборы не позволяют получить пространственно разрешенные наблюдения аккреционных потоков в двойных системах. Поэтому природа этих объектов изучается, главным образом, в рамках предложенных для них теоретических моделей. К настоящему времени выполнено большое число теоретических работ по этой теме. Центральную роль в теории аккреции на компактные объекты играет понятие дисковой аккреции (см., например, Shakura 2018).

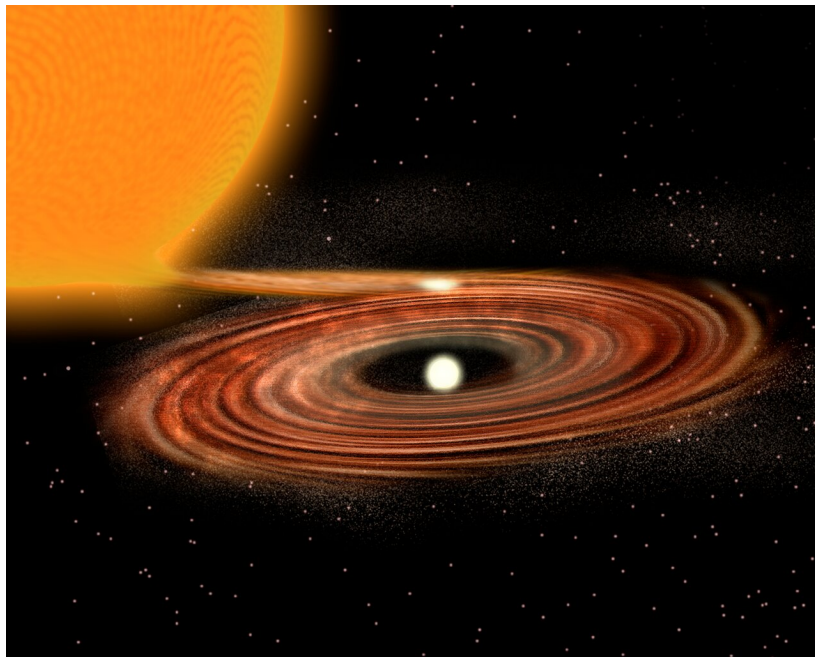


Рис. 3: Схематичный рисунок дисковой аккреции в двойной системе. Проиллюстрированы донор, струя перетекающего вещества, аккреционный диск, центральное гравитирующее тело. Изображение было взято из сайта National Science Foundation.

При аккреции в тесных двойных системах вещество, истекающее с нормальной звезды, имеет значительный вращательный момент, вызванный орбитальным движением. На определенном расстоянии вещество выходит на стационарную орбиту. Следующие порции истекающего вещества имеют в среднем те же начальные условия и, следовательно, выходят на ту же самую орбиту. Из-за вязкости вещества происходит перераспределение вращательного момента. Формируется диск, в котором вещество вращается по кеплеровским орбитам, и по туго закрученной спирали дрейфует к центру, высвобождая гравитационную энергию посредством излучения.

1.2 Предел Эддингтона

Как и у звезды, структура равновесного диска зависит от его светимости. В широком интервале значений темпов аккреции светимость диска пропорциональна темпу, с которым поступает вещество. Существует критическое значение светимости, при приближении к которому эффекты давления излучения начинают играть решающую роль в формировании структуры диска. Это так называемый эддингтоновский предел светимости. Так же, как и для звезд, он определяется из условия равенства силы давления излучения и силы гравитационного притяжения, действующей на протон, для случая сферически симметричной аккреции (см., например, Lipunov 1987).

Рассмотрим плазму на расстоянии R от звезды со светимостью L . Пусть источник излучения изотропен и стационарен. Тогда на расстоянии R поток излучения $F = \frac{L}{4\pi R^2}$. Фотоны взаимодействуют с веществом плазмы и оказывают давление с силой на единичную массу $F_r = \frac{F\kappa}{c}$, где κ — непрозрачность среды. Сила притяжения со стороны центрального тела массы M , действующая на единичную массу, есть $F_g = \frac{GM}{R^2}$. При некотором критическом значении светимости $L = L_{\text{Edd}}$ (эддингтоновский предел) эти силы уравниваются:

$$L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi cGM}{\kappa}. \quad (1.1)$$

В работе мы приняли значение $\kappa = 0.35 \text{ см}^2/\text{г}$, что соответствует томпсоновскому рассеянию для полностью ионизованного газа, химический состав которого эквивалентен солнечному. Получим численную оценку эддингтоновской светимости:

$$L_{\text{Edd}} \approx 1.3 \times 10^{38} \frac{M}{M_{\odot}} \text{ эрг/с}. \quad (1.2)$$

1.3 Сверхэддингтоновская аккреция

Большой интерес представляют так называемые ультрамощные рентгеновские источники (ULX) — это яркие источники, наблюдаемые в близлежащих галактиках и не связанные с их ядрами, со светимостью, превышающей 10^{39} эрг/с. Их светимости на порядки больше, чем эддингтоновская светимость компактного объекта звездной массы. Поэтому популярной моделью для объяснения их природы было наличие черной дыры промежуточной массы ($10^2 - 10^4 M_{\odot}$). В этом случае для получения наблюдаемых светимостей не требуется превышения эддингтоновского предела.

Недавно с помощью обсерватории *NuSTAR* были обнаружены пульсации ULX X-2 в галактике M82 (Bachetti et al. 2014). К 2018 году пульсации были обнаружены еще как минимум у четырех ULX. Такие яркие вспышки наблюдались у рентгеновских пульсаров в нашей Галактике (Wilson-Hodge et al. 2018) и Малом Магеллановом Облаке (Tsygankov et al. 2017). Из-за наличия пульсаций была предложена альтернативная модель, ныне доминирующая, в которой предполагается, что ULX представляют собой тесные двойные системы с нейтронными звездами (или черными дырами звездной массы ($5 - 10 M_{\odot}$)), в которых аккреция происходит в сверхэддингтоновском режиме.

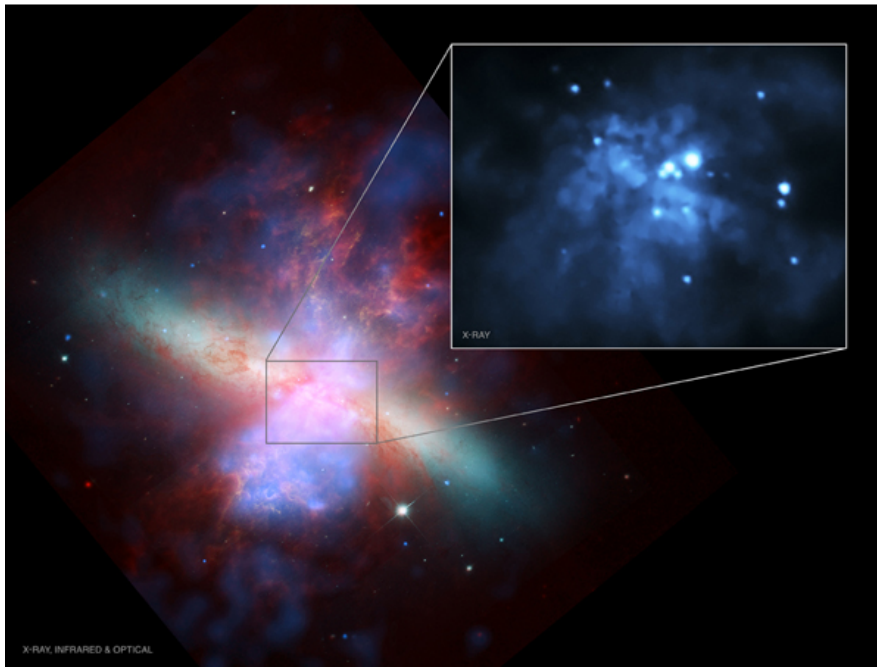


Рис. 4: На этом составном изображении M82 показаны данные телескопов: рентгеновские данные *Chandra* (синий), оптические данные *Hubble* (зеленый и оранжевый) и инфракрасные данные *Spitzer* (красный). Выделенный участок представляет собой изображение телескопа *Chandra*, которое показывает центральную область галактики в рентгеновском диапазоне. Масштаб выделенного фрагмента — 1.8 угловых минуты в поперечнике (около 6300 световых лет в поперечнике). Изображение было взято из базы данных обсерватории *Chandra*.

Примером источника со сверхэддингтоновской аккрецией может служить объект M82 X-2 (рис. 4 выделенный фрагмент) — рентгеновский пульсар в галактике Мессье 82, находится на расстоянии около 12 млн световых лет от Земли. Излучаемая мощность (10^{40} эрг/с) эквивалентна 10^7 светимостей Солнца ($4 \cdot 10^{33}$ эрг/с) — этот пульсар высвечивает в 100 раз больше энергии, чем предсказывает теория для объекта данной массы ($1.4 M_{\odot}$) (Bachetti et al. 2014).

Основные вопросы в этой области: как возникают сверхэддингтоновские светимости, какова геометрия источника и насколько сильно магнитное поле?

1.4 Магнитосфера

С помощью циклотронных линий в спектре излучения рентгеновских пульсаров было установлено, что НЗ обладают мощными магнитными полями, напряженность которых на поверхности достигает значений $10^{12} - 10^{14}$ Гс. Вещество, окружающее НЗ, представляет собой плазму, характеризующуюся высокой температурой и высокой электрической проводимостью. Как известно, при наличии магнитного поля возникают силы, действующие на заряженные частицы, следовательно, плазма эффективно взаимодействует с магнитными полями. Поэтому сильное магнитное поле НЗ кардинально влияет на поведение потока аккрецируемого вещества (см. рис. 5).

Рассмотрим качественно влияние электромагнитного поля НЗ на аккрецируемую плазму. На больших расстояниях влияние поля мало, аккреционный поток подвержен только гравитационному воздействию. По мере приближения к НЗ влияние магнитного поля будет расти и на определенном расстоянии аккреционный поток уже не сможет двигаться к компактному объекту без возмущения магнитным полем. Это расстояние называют радиусом магнитосферы.

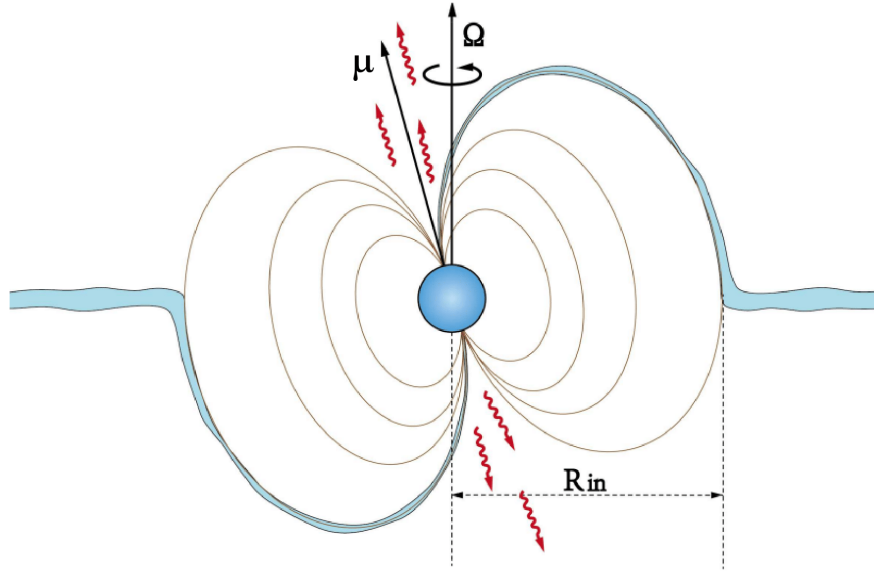


Рис. 5: Влияние магнитосферы на аккреционный поток при дисковой модели аккреции на замagnetиченную НЗ. Векторы Ω и μ представляют угловую скорость и магнитный дипольный момент; силовые линии магнитного поля показаны желтыми линиями (Liu et al. 2022).

Граница магнитосферы находится там, где уравниваются магнитные и плазменные напряжения. Чтобы оценить значение радиуса магнитосферы, предположим, что в поле преобладает дипольная составляющая, а силовые линии магнитного поля имеют форму неискаженных дипольных линий. Таким образом, поле задается формулой:

$$R = R_e \sin^2 \theta, \quad (1.3)$$

где R_e — экваториальный размер магнитосферы, θ — полярный угол в сферической системе координат, связанной с магнитным диполем.

Давление магнитного поля с точностью до фактора 2 определяется выражением:

$$P_m = \frac{\mu^2}{8\pi R^6}, \quad (1.4)$$

где μ — дипольный магнитный момент,

Динамическое давление, оказываемое аккреционным потоком в приближении его сферической симметрии:

$$P = \rho v^2 = \frac{\dot{M}}{4\pi R^2} \sqrt{\frac{2GM}{R}}, \quad (1.5)$$

где \dot{M} — темп аккреции, G — гравитационная постоянная, M — масса НЗ.

Приравняв $P_m = P$, найдем выражение для альфвеновского радиуса, где аккрецируемый поток останавливается магнитным полем нейтронной звезды:

$$R_A = \left(\frac{\mu^2}{2\dot{M}\sqrt{2GM}} \right)^{2/7}. \quad (1.6)$$

Радиус магнитосферы одного порядка с альфвеновским, но зависит от конкретной геометрии и темпов аккреции. Предыдущие выкладки для давления верны только для сферически симметричной аккреции. Чтобы учесть “несферичность”, вводится параметрическая модель для экваториального радиуса магнитосферы:

$$R_e = \xi_m R_A, \quad (1.7)$$

где ξ_m — параметр модели (в моделях для дисковой аккреции принят за 0.5).

Как видно из (1.4) и (1.5), давление магнитного поля P_m при уменьшении расстояния до НЗ растет быстрее чем давление плазмы P . Поэтому, начиная с магнитосферного радиуса (1.7), давление магнитного поля начинает доминировать и управлять динамикой движения аккреционной плазмы. Плазма с внутреннего края аккреционного диска вмораживается в магнитное поле нейтронной звезды. Магнитное поле будет увлекать плазму, заставляя ее вращаться как твердое тело с угловой скоростью звезды и “сползать” на магнитный полюс.

1.5 Полярные колонки

Таким образом, при наличии очень сильного магнитного поля у НЗ ($10^{12} - 10^{14}$ Гс), аккрецирующая плазма “вмерзает” в магнитное поле и падает вдоль силовых линий в область магнитных полюсов НЗ. Поскольку магнитная ось в общем случае не совпадает с осью вращения, то вращение нейтронной звезды будет приводить к периодическим пульсациям рентгеновского потока. Эти пульсации будут связаны с тем, что видимая площадь областей направленного излучения меняется при вращении НЗ. За время одного оборота НЗ вокруг оси далекий наблюдатель будет регистрировать один или два импульса рентгеновского излучения.

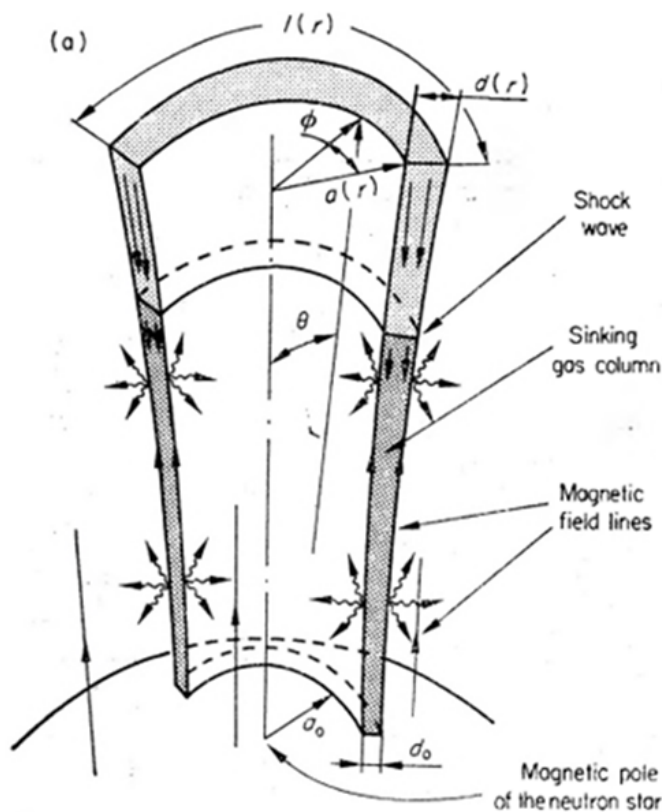


Рис. 6: Модель полярной колонки (Basko & Sunyaev 1976).

Гидродинамика аккреции была рассмотрена, например, в работе (Basko & Sunyaev 1976). В их работе рассматривается частный случай геометрии аккреционного канала. Анализ и выводы основаны на решении системы уравнений одномерной магнитной гидродинамики при учете давления излучения в диффузионном приближении. Общая картина выглядит следующим образом. Образуется аккреционный канал в виде колонны, называемый аккреционной колонкой (см. рис. 6). При малом темпе аккреции, когда светимость звезды L_x меньше некоторого критического значения L_* , газ падает на поверхность нейтронной звезды со скоростью порядка скорости свободного падения. При $L_x > L_*$ у поверхности нейтронной звезды образуется радиационная ударная волна (УВ). При данной светимости оптическая толщина поперек канала

аккреции становится порядка единицы. Падающий газ тормозится выходящим излучением и, в свою очередь, излучает. В ударной волне кинетическая энергия падающей плазмы переходит в тепловую энергию ионов, которые “подогревают” электроны за счет кулоновских столкновений, так что их температура становится выше температуры излучения. А затем вследствие обратного комптон-эффекта энергия передается фотонам.

При дальнейшем увеличении темпа аккреции радиационная ударная волна поднимается и в принципе, может достигнуть альфвеновской поверхности. При этом в канале реализуется режим медленного оседания. Светимость колонки достигает некоторого максимального значения L_{\max} , после чего перестает зависеть от внешнего темпа аккреции. Стационарный режим может реализоваться, если вещество вытекает из колонки при достижении в ней критического давления (см., например, Kulsrud & Sunyaev (2020) и Abolmasov & Lipunova (2022)) или если энергия уносится нейтрино. Так как сферическая симметрия отсутствует, то L_{\max} может в несколько раз превосходить эддингтоновский предел светимости L_{Edd} .

2 Постановка задачи

Цель данной работы — изучение свойств излучения, формирующегося при аккреции вещества на замагниченную нейтронную звезду в режиме аккреционной колонки, и построение модели, предсказывающей форму получающихся импульсов рентгеновского излучения. В данной работе производится расчет изотропной светимости полярной колонки аккрецирующей нейтронной звезды для модели оседания Баско-Сюняева.

Рассматривается область под ударной волной, где можно применять приближение термодинамического равновесия. Все расчеты проводились с допущением, что силовые линии магнитного поля имеют форму неискаженных дипольных линий, таким образом, геометрия потока задается формулой (1.3)

Также были учтены особенности геометрии задачи:

- В общем случае магнитный вектор НЗ $\vec{\mu}$ не сонаправлен с вектором вращения НЗ $\vec{\Omega}$,
- Наблюдатель видит звезду под произвольным углом,
- Необходимо учитывать затмения в системе: луч от излучающей площадки не достигает наблюдателя, если на его пути встречается НЗ или другая поверхность колонки. Расчет затмений выполнен методом рейтрейсинга,
- НЗ вращается и, следовательно, меняется видимая конфигурация колонки.

3 Исследуемые величины

Методы экспериментальной астрофизики основываются исключительно на регистрации излучения от космических объектов. Поэтому принято говорить об астрономических наблюдениях, т.е. о пассивном приеме информации от источника и ее последующем анализе. Используя известные законы физики, которыми определяются механизмы излучения и взаимодействие излучения с веществом, ученые разрабатывают математические модели, на основе которых рассчитывают теоретические значения доступных наблюдениям характеристик спектра. После этого теория сравнивается с наблюдениями.

Можно исследовать излучение во всем диапазоне частот. Но чаще всего наибольший интерес представляет излучение в некотором интервале частот $(\nu, \nu + d\nu)$, т.е. его спектральная характеристика. Основными физическими величинами, описывающими электромагнитное излучение, являются: интенсивность, поток, светимость и спектр.

Интенсивность

Для моделирования потока излучения необходимо сначала ввести понятие интенсивности излучения. Спектральная интенсивность I_ν — это мощность излучения, распространяющегося в интервале частот $(\nu, \nu + d\nu)$ через элемент площади dS в пределах телесного угла $d\Omega$. Если угол между площадкой dS и выбранным направлением равен ψ , то:

$$I_\nu = \frac{dE}{\cos \psi d\Omega dS d\nu dt}. \quad (3.1)$$

Соответственно, болометрическая интенсивность I :

$$I = \int I_\nu d\nu = \frac{dE}{\cos \psi d\Omega dS dt}. \quad (3.2)$$

Важное свойство интенсивности состоит в том, что она постоянна вдоль луча распространения, если на луче зрения нет источников и стоков излучения. Другими словами, она не зависит от расстояния между источником и наблюдателем. Интенсивность в источнике I и в детекторе I' одинакова (см. рис. 7) (Mihalas 1982).

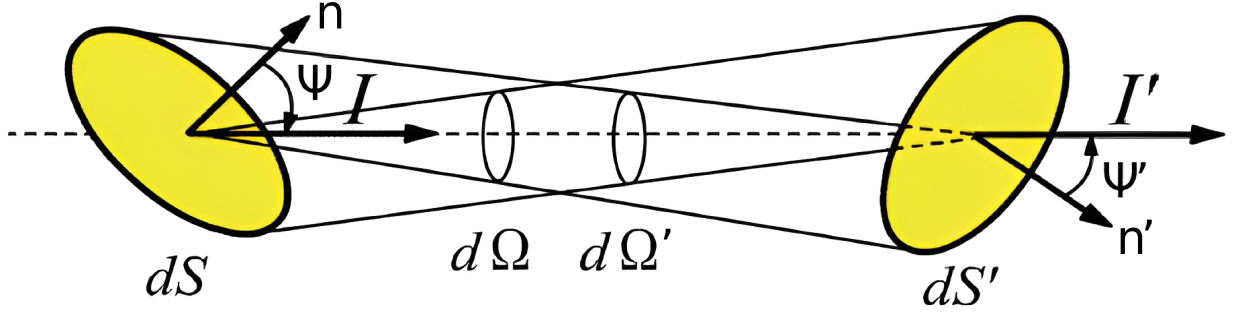


Рис. 7: Иллюстрация излучаемой площадки(слева) и детектора(справа). n — нормаль к излучающей площадке, n' — нормаль к детектору. ψ — угол между нормалью n и направлением на наблюдателя, ψ' — угол между нормалью к детектору n' и направлением на площадку. $d\Omega$ — телесный угол, под которым виден детектор dS' с излучающей площадки dS . $d\Omega'$ — телесный угол, под которым видна излучающая площадка из детектора.

Поток

Испускаемый поток

Поместим в некоторую точку пространства элементарную площадку, характеризуемую площадью dS и вектором нормали \mathbf{n} . Просуммировав интенсивность по всем направлениям из центра площадки, мы получим мощность излучения, проходящего через площадку в данном интервале частот. Эта величина является полным потоком энергии через площадку. Спектральный поток излучения в интервале частот $(\nu, \nu + d\nu)$ связан со спектральной интенсивностью:

$$F_\nu = \int I_\nu \cos \psi \, d\Omega, \quad (3.3)$$

где ψ — угол между нормалью \mathbf{n} и направлением луча. Соответственно, болометрический излучаемый поток:

$$F = \int F_\nu d\nu = \int \int I_\nu \cos \psi \, d\Omega d\nu = \int I \cos \psi \, d\Omega. \quad (3.4)$$

Наблюдаемый поток

Спектральный наблюдаемый поток:

$$F'_\nu = \int I_\nu \cos \psi' \, d\Omega', \quad (3.5)$$

где ψ' — угол между нормалью к детектору \mathbf{n}' и направлением на излучающую площадку. $d\Omega'$ — телесный угол, под которым видна излучающая площадка

Болометрический наблюдаемый поток:

$$F' = \int F'_\nu d\nu = \int \int I_\nu \cos \psi' \, d\Omega' d\nu = \int I \cos \psi' \, d\Omega'. \quad (3.6)$$

Светимость

Светимость — полное энергосодержание источника за единицу времени в заданном диапазоне частот (спектральная светимость L_ν) или во всем интервале частот (боллометрическая светимость L). Светимость нельзя измерить напрямую приборами — от удаленного источника мы можем измерить только поток.

Изотропная светимость

Чаще всего вводят предположение об изотропности источника, тогда, измерив поток, можно вычислить светимость. Для изотропных источников излучение на расстоянии d будет равномерно распределено по сферической поверхности площадью $4\pi d^2$. Следовательно, наблюдатель, измерив наблюдаемый поток F' и вычислив расстояние до источника d , может найти соответствующую этому потоку изотропную светимость L_{iso} по формуле:

$$L_{\text{iso}} = 4\pi d^2 F'. \quad (3.7)$$

Изотропная светимость очень удобна для описания излучательной способности источника. Поэтому даже если источник не изотропен, мы все еще можем ввести для него изотропную светимость и вычислить ее значение.

Спектр

Спектр излучения — распределение энергии излучения по длинам волн или частотам. Иногда спектры характеризуют распределением величины L_ν (изотропная спектральная светимость) или νL_ν по частотам, которая показывает, сколько энергии выделяется в интервале частот.

$$L_\nu = 4\pi d^2 F'_\nu = 4\pi d^2 \int I_\nu \cos \psi' d\Omega'. \quad (3.8)$$

Максимум этой величины соответствует характерным частотам, на которых происходит основное энергосодержание.

3.1 Рассчитываемые величины

В работе производится расчет наиболее важных характеристик источника излучения, которые возможно измерить с помощью наблюдений: спектр излучения (изотропная светимость в диапазоне частот), изотропная боллометрическая светимость, поток излучения.

Также мы изучаем переменность изотропной светимости с фазой вращения НЗ. Изменения в кривой блеска являются геометрическим эффектом — видимая конфигурация меняется при вращении НЗ. Удобной характеристикой пульсаций является доля пульсирующего излучения (PF), определяемая формулой:

$$PF = \frac{\max(L_\nu) - \min(L_\nu)}{\max(L_\nu) + \min(L_\nu)}. \quad (3.9)$$

В работе рассматривается область под ударной волной, где можно применять приближение термодинамического равновесия. Вследствие чего предполагается, что излучение колонок описывается моделью излучения абсолютно черного тела (АЧТ), а спектр излучения описывается функцией Планка и зависит только от температуры T :

$$I_\nu = B_\nu(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (3.10)$$

Таким образом формула (3.8) преобразуется в:

$$L_\nu = 4\pi d^2 \int_{\Omega'} B_\nu(\nu, T) \cos \psi' d\Omega'. \quad (3.11)$$

Заметим, что по определению

$$d\Omega' = \frac{dS \cos \psi}{d^2}. \quad (3.12)$$

Везде считаем, что $\psi' = 0$ ($\cos \psi' = 1$), т.е. детектор идеально настроен и смотрит в сторону НЗ. Тогда выражение для изотропной спектральной светимости (3.11) можно переписать в виде:

$$L_\nu = 4\pi \int_S B_\nu(\nu, T) \cos \psi dS. \quad (3.13)$$

Используя закон Стефана-Больцмана — полный поток энергии с площадки, излучающей как АЧТ по всем направлениям (в полусфере), пропорционален четвертой степени температуры, получим выражение для изотропной болометрической светимости:

$$L = \int_\nu L_\nu d\nu = 4\pi \int_\nu \int_S B_\nu(\nu, T) \cos \psi dS d\nu = 4 \int_S \sigma T^4 \cos \psi dS, \quad (3.14)$$

где σ — постоянная Стефана-Больцмана.

В общем случае, излучение площадки не описывается функцией Планка. Если излучаемый спектр близок к спектру АЧТ, то поверхности приписывают так называемую эффективную температуру, которую можно найти по (3.14). Она обычно близка к реальной поверхностной температуре.

4 Модель

Для входных параметров в программе проводится самосогласованный расчет распределения температуры и геометрической конфигурации колонок, с последующим расчетом затмений. После этого проводится вычисление оптических характеристик. Вычисления производятся для 2 колонок. Излучением от боковых поверхностей колонки (находящихся на краях колонки по азимуту) мы пренебрегаем в данной работе и принимаем толщину колонки за абсолютно малую величину. Таким образом, у каждой колонки имеется по 2 поверхности — полярная и экваториальная, которые названы по направлениям, куда они обращены. Все расчеты проводятся на протяжении периода вращения.

4.1 Геометрия полярной аккреционной колонки

Для описания геометрии колонки необходимо ввести систему координат. Удобнее всего работать в сферической системе координат, связанной с магнитным полем НЗ (ось OZ сонаправлена с магнитным диполем, ось OX определяется начальным положением наблюдателя — на нулевой фазе³ наблюдатель находится в плоскости XOZ).

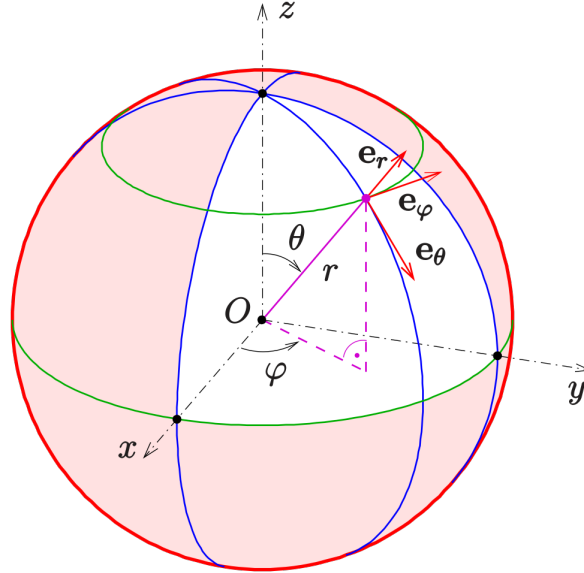


Рис. 8: Сферическая система координат.

Базисные вектора сферической системы координат в декартовой системе координат:

$$\mathbf{e}_r = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

$$\mathbf{e}_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi \\ -\sin \theta \end{pmatrix}, \quad (4.2)$$

$$\mathbf{e}_\phi = \begin{pmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

³Фаза — отношение прошедшего времени к периоду вращения НЗ (t/T_{NS})

Для дальнейших расчетов удобно использовать единичный вектор вдоль линии поля:

$$\mathbf{e}_l = \frac{2 \cos \theta \mathbf{e}_r + \sin \theta \mathbf{e}_\theta}{\sqrt{3 \cos^2 \theta + 1}}, \quad (4.4)$$

где \mathbf{e}_r и \mathbf{e}_θ — соответствующие единичные координатные векторы.

4.1.1 Элементарная площадка

Введем выражение для элементарной площадки на поверхности аккреционной колонки, нормаль к которой лежит в меридиональной плоскости. В качестве независимой переменной для расчетов удобно использовать координату вдоль линии поля l . Домножим (4.4) на вектор \mathbf{e}_r :

$$\cos(\widehat{\mathbf{e}_l, \mathbf{e}_r}) = \frac{2 \cos \theta}{\sqrt{3 \cos^2 \theta + 1}}, \quad (4.5)$$

по определению

$$dR = dl \cos(\widehat{\mathbf{e}_l, \mathbf{e}_r}), \quad (4.6)$$

отсюда:

$$\frac{dR}{dl} = \frac{2 \cos \theta}{\sqrt{3 \cos^2 \theta + 1}}. \quad (4.7)$$

Тогда дифференциал длины вдоль линии поля равен:

$$dl = R_e \sqrt{3 \cos^2 \theta + 1} \sin \theta d\theta. \quad (4.8)$$

Также введем дифференциал длины вдоль \mathbf{e}_ϕ :

$$dl_\phi = R \sin \theta d\phi = R_e \sin^3 \theta d\phi. \quad (4.9)$$

Элементарная площадка dS будет равна:

$$dS = dl \cdot dl_\phi = R_e^2 \sqrt{3 \cos^2 \theta + 1} \sin^4 \theta d\theta d\phi. \quad (4.10)$$

Что можно записать в виде:

$$dS = \tilde{S}(\theta) d\theta d\phi, \quad (4.11)$$

где $\tilde{S}(\theta) = R_e^2 \sqrt{3 \cos^2 \theta + 1} \sin^4 \theta$.

4.1.2 Расчет угла ψ проекции излучающей площадки на луч зрения

Как видно из формул (3.13) и (3.14), светимость зависит от угла ψ между направлением излучения (на наблюдателя) и нормалью к площадке излучения. Для расчета полной изотропной светимости необходимо разбить всю поверхность аккреционной колонки на элементарные площадки, найти $\cos \psi$ для каждой площадки и потом проинтегрировать по всей колонке.

Нормаль к излучающей поверхности можно найти как векторное произведение \mathbf{e}_l и \mathbf{e}_ϕ :

$$\mathbf{e}_n = [\mathbf{e}_l \times \mathbf{e}_\phi] = \frac{-2 \cos \theta \mathbf{e}_\theta + \sin \theta \mathbf{e}_r}{\sqrt{3 \cos^2 \theta + 1}}, \quad (4.12)$$

Что дает в разложении на проекции в декартовой системе координат:

$$\mathbf{e}_n = \frac{1}{\sqrt{3 \cos^2 \theta + 1}} \begin{pmatrix} (1 - 3 \cos^2 \theta) \cos \phi \\ (1 - 3 \cos^2 \theta) \sin \phi \\ 3 \sin \theta \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (4.13)$$

Для определения искомого $\cos \psi$ необходимо задать направление на наблюдателя. Пусть направление на наблюдателя задается парой углов θ_{obs} (полярный угол) и ϕ_{obs} (азимут). Тогда вектор, указывающий на наблюдателя, определяется следующим образом:

$$\mathbf{e}_{obs}^\mu = \begin{pmatrix} \sin \theta_{obs} \cos \phi_{obs} \\ \sin \theta_{obs} \sin \phi_{obs} \\ \cos \theta_{obs} \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

Для нахождения $\cos \psi$ нужно скалярно перемножить \mathbf{e}_{obs}^μ и \mathbf{e}_n :

$$\cos \psi = (\mathbf{e}_{obs}^\mu \cdot \mathbf{e}_n) = \frac{1}{\sqrt{3 \cos^2 \theta + 1}} [(1 - 3 \cos^2 \theta) \cos \phi \mathbf{e}_{obs,x}^\mu + (1 - 3 \cos^2 \theta) \sin \phi \mathbf{e}_{obs,y}^\mu + 3 \sin \theta \cos \theta \mathbf{e}_{obs,z}^\mu], \quad (4.15)$$

подставив (4.14), получим:

$$\cos \psi = \frac{1}{\sqrt{3 \cos^2 \theta + 1}} [(1 - 3 \cos^2 \theta) \sin \theta_{obs} \cos \phi \cos \phi_{obs} + (1 - 3 \cos^2 \theta) \sin \theta_{obs} \sin \phi \sin \phi_{obs} + 3 \sin \theta \cos \theta \cos \theta_{obs}]. \quad (4.16)$$

В конечном итоге получим

$$\cos \psi = \frac{1}{\sqrt{3 \cos^2 \theta + 1}} [(1 - 3 \cos^2 \theta) \sin \theta_{obs} \cos (\phi - \phi_{obs}) + 3 \sin \theta \cos \theta \cos \theta_{obs}]. \quad (4.17)$$

Если $\cos \psi < 0$, то площадка направлена в сторону от нас, и излучение от нее не учитывается.

4.2 Модель теплового излучения колонки

Приняв во внимание §4.1.1 и §4.1.2, преобразуем формулы (3.13) и (3.14) к виду:

$$L_\nu = 4\pi \int_S B_\nu(\nu, T) \cos \psi dS = 4\pi \int_\theta \int_\phi B_\nu(\nu, T) \tilde{S}(\theta) \cos \psi(\theta, \phi) d\theta d\phi, \quad (4.18)$$

$$L = 4 \int_\theta \int_\phi \sigma T^4 \tilde{S}(\theta) \cos \psi(\theta, \phi) d\theta d\phi. \quad (4.19)$$

Как видно из формул, для расчета осталось найти распределение эффективной температуры в колонке и учесть замозатмения (см ниже раздел §4.3), тогда светимость можно будет найти численными методами. В работе предполагается, что распределение температуры в колонке описывается моделью Баско и Сюняева (Basko & Sunyaev 1976).

4.2.1 Распределение температуры в колонке T_{eff}

Для плазмы в режиме оседания в работе Баско-Сюняева было получено аналитическое решение системы следующих уравнений:

$$\begin{cases} v \frac{du}{d\xi} = \frac{3sGM}{R_*} \xi^{-5}, \\ \frac{1}{\xi^3} \frac{d}{d\xi} (\xi^3 F_r) = \frac{4}{3} \gamma uv, \\ F_r = \frac{4}{3} uv + s \frac{GM}{R_*} \xi^{-4}, \end{cases} \quad (4.20)$$

где v — скорость газа, u — плотность энергии излучения, ξ — нормированное расстояние ($\xi = \frac{R}{R_*}$); F_r — поток энергии вдоль R , s — поток массы, γ — параметр модели БС, зависящий от параметров НЗ.

Первое уравнение системы (4.20) представляет собой закон сохранения импульса: вещество падает очень медленно, его скорость почти равна нулю, то есть силы давления уравновешивают силу притяжения. Второе уравнение — закон сохранения энергии, в котором учитывается выделение тепловой энергии из гравитационной энергии вещества, работа сил давления, адвекция тепловой энергии и излучение с поверхности колонок.

Поток массы s и параметр γ , характеризующий темп аккреции, задаются формулами:

$$s = \frac{\dot{M}}{A_{\perp}(R_*)} \quad (4.21)$$

$$\gamma = \frac{c R_*}{\kappa \delta^2(R_*)} \frac{A_{\perp}(R_*)}{\dot{M}}, \quad (4.22)$$

где κ — непрозрачность среды, A_{\perp} — поперечное сечение потока, δ — ширина потока. Геометрические параметры колонки A_{\perp} и δ определяются следующими формулами:

$$\delta = \frac{R \sin \theta}{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}} \frac{\Delta R_e}{R_e}, \quad (4.23)$$

$$A_{\perp} = 2 \delta 2\pi a R \sin \theta, \quad (4.24)$$

где R — формула дипольной линии (1.3), θ — полярный угол в СК, связанной с магнитным полем НЗ; R_e — экваториальный размер магнитосферы, определяемый по формуле (1.7), ΔR_e — толщина колонки на ее внешнем краю, которую можно ассоциировать с глубиной проникновения поля в диск (значение $\frac{\Delta R_e}{R_e}$ принято равным 0.25), a — параметр, который определяет долю, занимаемую потоком в азимутальном направлении от полной окружности $2\pi R \sin \theta$.

Система уравнений (4.20) решалась с граничными условиями:

$$\begin{cases} v(\xi_s) = -\frac{1}{7}(2GM/R_*)^{1/2}\xi_s^{-1/2}, \\ u(\xi_s) = -\frac{1}{v(\xi_s)}\frac{3}{4}(GM/R_*)\xi_s^{-4}, \end{cases} \quad (4.25)$$

где $\xi_s = R_s/R_*$ — положение фронта ударной волны, нормированное на радиус НЗ.

С помощью численных методов были получены распределения $u(\xi)$, $v(\xi)$. Для этого необходимо выразить $\frac{du}{d\xi}$, $\frac{dv}{d\xi}$:

$$\begin{cases} \frac{du}{d\xi} = \frac{1}{v} \frac{3sGM}{R_*} \xi^{-5}, \\ \frac{dv}{d\xi} = \gamma v - \frac{3v}{\xi} - \frac{1}{u} \frac{9sGM}{4R_*} \xi^{-5}. \end{cases} \quad (4.26)$$

Для высоты ударной волны ξ_s воспользуемся значением, полученным из решения Баско-Сюняева:

$$\eta \gamma^{1/4} \xi_s^{3/4+1/8} = 1 + \exp(\gamma \xi_s) [\xi_s E_2(\gamma) - E_2(\gamma \xi_s)], \quad (4.27)$$

где E_2 — специальная функция (интегральная показательная функция), $E_k(x) = \int_1^{\infty} t^{-k} e^{-tx} dt$, η — параметр модели Баско-Сюняева, зависящий от параметров НЗ:

$$\eta = \left(\frac{8\kappa}{21c} \frac{u_0 \delta^2(R_*)}{\sqrt{2GM R_*}} \right)^{1/4}, \quad (4.28)$$

где $u_0 = \frac{3H^2}{8\pi}$, H — напряженность магнитного поля у поверхности НЗ.

Методом Ньютона из формулы (4.27) находим ξ_s , для чего расписываем:

$$\begin{cases} f = \eta \gamma^{1/4} \xi_s^{3/4+1/8} - 1 - \exp(\gamma \xi_s) [\xi_s E_2(\gamma) - E_2(\gamma \xi_s)], \\ f' = \frac{7}{8} \eta \gamma^{1/4} \xi_s^{-1/8} - \exp \gamma \xi_s \gamma [\xi_s E_2(\gamma) - E_2(\gamma \xi_s)] - \exp \gamma \xi_s [E_2(\gamma) + \gamma E_1(\gamma \xi_s)]. \end{cases} \quad (4.29)$$

Зная ξ_s , а следовательно граничные условия, решаем систему уравнений (4.26) численными методами и находим $u(\xi), v(\xi)$. Затем численные распределения были проверены на согласия с аналитическими выражениями, полученными в работе Баско-Сюняева:

$$\begin{cases} u(\xi) = u_0 \left(1 - \frac{e^\gamma}{\beta} [E_2(\gamma) - \frac{1}{\xi} E_2(\gamma \xi)] \right)^4, \\ v(\xi) = -\frac{1}{u(\xi)} \frac{3}{4} \frac{GM}{R_*} \frac{e^{\gamma \xi}}{\xi^n} \left[\frac{1}{\xi} E_2(\gamma \xi) + \beta e^{-\gamma} - E_2(\gamma) \right]. \end{cases} \quad (4.30)$$

Зная распределение $u(\xi), v(\xi)$, можно найти распределение T_{eff} :

$$T_{eff} = (F_\theta / \sigma)^{1/4}, \quad (4.31)$$

где F_θ — поток энергии вдоль θ , то есть поток выходящий с поверхности колонки, который определяется выражением:

$$F_\theta(\xi) = -\frac{2}{3} \epsilon \xi^{3/2} u(\xi) v(\xi), \quad (4.32)$$

где ϵ — безразмерная константа:

$$\epsilon = \frac{c}{\kappa s \delta(R_*)}. \quad (4.33)$$

4.3 Учет самозатмений

Одним из требований задачи является учет затмений в системе — луч от излучающей площадки не достигает наблюдателя, если на его пути встречается НЗ или другая поверхность колонки. Необходимо найти области, которые не видны наблюдателю в результате самозатмений. Для этого, используя метод рейтрейсинга, проверим каждую излучающую единичную площадку колонки — видна она или находится в тени. Самозатмения могут происходить на той же колонке, из которой вышел луч, на второй колонке и на НЗ. Предполагаем, что плотность аккреционного потока над ударной волной мала вследствие высокой скорости движения вещества. Поэтому область над УВ считаем прозрачной.

4.3.1 Основы метода

Для реализации метода трассировки лучей необходимо задать начало луча, направление распространения луча и уравнения, описывающие форму объектов, которые могут создать тень. В точке пересечения луча с поверхностью равны выражения, задаваемые уравнениями луча и потенциального объекта пересечения.

Зададим луч с началом в точке, определяемой вектором $\vec{O} = (x_O, y_O, z_O)$, и направлением $\vec{D} = (x_D, y_D, z_D)$ (в нашем случае это вектор на наблюдателя). Тогда любая точка P луча на фиксированном расстоянии t от его начала удовлетворяет уравнению:

$$\vec{P}(t) = \vec{O} + t \vec{D}, \quad t \geq 0, \quad (4.34)$$

что эквивалентно системе уравнений:

$$\begin{cases} x(t) = x_O + t x_D, \\ y(t) = y_O + t y_D, \\ z(t) = z_O + t z_D. \end{cases} \quad (4.35)$$

Распишем уравнение (4.34). Для удобства перейдем в СК, где азимутальный угол наблюдателя = 0. Тогда

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + t\vec{D} = R_0 \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} \sin \theta_{obs} \\ 0 \\ \cos \theta_{obs} \end{pmatrix}, \quad (4.36)$$

где $R_0 = R_e \sin^2 \theta$, θ — зенитный угол точки начала луча, ϕ — азимутальный угол точки начала луча, θ_{obs} — зенитный угол наблюдателя.

4.3.2 Затмения, вызванные аккреционной колонкой

Перепишем уравнение дипольной линии (1.3) в векторном виде:

$$\|\vec{R}\| = R_e \sin^2 \theta. \quad (4.37)$$

Домножим обе части уравнения (4.37) на \vec{R}^2 :

$$\|\vec{R}\|^3 = R_e \|\vec{R}\|^2 \sin^2 \theta. \quad (4.38)$$

Заметим, что:

$$\begin{aligned} \|\vec{R}\|^2 \sin^2 \theta &= R_x^2 + R_y^2, \\ \|\vec{R}\|^2 &= R_x^2 + R_y^2 + R_z^2. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Подставив (4.36) вместо \vec{R} , получим:

$$\begin{aligned} \|\vec{R}\|^2 \sin^2 \theta &= R_0^2 \sin^2 \theta + t^2 \sin^2 \theta_{obs} + 2R_0 t \sin \theta \cos \phi \sin \theta_{obs}, \\ \|\vec{R}\|^2 &= R_x^2 + R_y^2 + R_z^2 = R_0^2 + t^2 + 2R_0 t (\sin \theta \cos \phi \sin \theta_{obs} + \cos \theta \cos \theta_{obs}). \end{aligned} \quad (4.40)$$

Уравнение (4.38) примет вид:

$$\begin{aligned} (R_0^2 + t^2 + 2R_0 t (\sin \theta \cos \phi \sin \theta_{obs} + \cos \theta \cos \theta_{obs}))^{3/2} &= \\ &= R_e (R_0^2 \sin^2 \theta + t^2 \sin^2 \theta_{obs} + 2R_0 t \sin \theta \cos \phi \sin \theta_{obs}). \end{aligned} \quad (4.41)$$

Введем ряд замен:

$$\begin{aligned} t &= R_0 x, \\ \cos \alpha &= (\sin \theta \cos \phi \sin \theta_{obs} + \cos \theta \cos \theta_{obs}). \end{aligned} \quad (4.42)$$

Возведем левую и правую части уравнения (4.41) в квадрат и, используя замены (4.42), получим:

$$(R_0^2 + R_0^2 x^2 + 2R_0^2 x \cos \alpha)^3 = R_e^2 (R_0^2 \sin^2 \theta + R_0^2 x^2 \sin^2 \theta_{obs} + 2R_0^2 x \sin \theta \cos \phi \sin \theta_{obs})^2, \quad (4.43)$$

вынесем общий множитель за скобки:

$$R_0^6 (1 + x^2 + 2x \cos \alpha)^3 = R_e^2 R_0^4 (\sin^2 \theta + x^2 \sin^2 \theta_{obs} + 2x \sin \theta \cos \phi \sin \theta_{obs})^2, \quad (4.44)$$

разделим на R_0^6 ; учитывая $R_0 = R_e \sin^2 \theta$ и введя замену $\eta = \sin \theta_{obs} / \sin \theta$, получим:

$$(1 + 2x \cos \alpha + x^2)^3 = (1 + 2x \cos \phi \eta + x^2 \eta^2)^2, \quad (4.45)$$

раскроем скобки и перенесем все слагаемые в левую часть:

$$x^6 + 6 \cos \alpha x^5 + (12 \cos^2 \alpha + 3 - \eta^4)x^4 + (8 \cos^3 \alpha + 12 \cos \alpha - 4\eta^3 \cos \phi)x^3 + \\ + (12 \cos^2 \alpha + 3 - 4 \cos^2 \phi \eta^2 - 2\eta^2)x^2 + (6 \cos \alpha - 4 \cos \phi \eta)x = 0. \quad (4.46)$$

Вычислив корни уравнения (4.46), находим вектор с помощью (4.36). Чтобы единичная площадка была не видна, достаточно, чтобы существовало решение при $t > 0$ и $R < R_{\text{shock}}$.

4.3.3 Затмения, вызванные НЗ

Уравнение для описания НЗ принимаем равным сфере с центром в начале координат:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2. \quad (4.47)$$

Условие пересечения:

$$P^2 = R^2. \quad (4.48)$$

Подставим (4.34):

$$|\vec{O} + t \vec{D}|^2 = R^2 \quad (4.49)$$

и, раскрыв скобки, получим

$$O^2 + (Dt)^2 + 2\vec{O}\vec{D}t - R^2 = 0. \quad (4.50)$$

Это квадратное уравнение относительно t , в котором $a = D^2$, $b = 2\vec{O}\vec{D}$, $c = O^2 - R^2$, и корни которого равны:

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \quad (4.51)$$

Если положительные корни существуют, то пересечение есть, и, следовательно, площадка находится в тени.

4.4 Параметры модели

Весь список параметров подробно описан в приложении А.1. Здесь описаны самые важные — зависимости от которых исследуются в работе. Все параметры можно разделить на три класса:

- физические параметры: безразмерный темп аккреции $\dot{m} = \frac{\dot{M}c^2}{L_{\text{Edd}}}$, магнитный момент μ , масса НЗ M и радиус НЗ R_* .
- параметры, описывающие геометрию колонки: a — параметр, который определяет долю, занимаемую потоком азимутальном направлении от полной окружности $2\pi R \sin \theta$; ϕ_0 — параметр, который определяет начальный азимут колонки в сферической системе координат, $\frac{\Delta R_e}{R_e}$ — раствор магнитной силовой трубки, в которой рассчитывается колонка на внешнем радиусе магнитосферы.
- параметры, влияющие на общую конфигурацию системы: θ_{obs} , ϕ_{obs} — углы в сферической СК, связанной с осью вращения НЗ Ω , определяющие направление на наблюдателя; магнитный угол β_μ — угол между магнитной осью НЗ $\vec{\mu}$ и осью вращения НЗ $\vec{\Omega}$.

5 Процедура расчета

Для расчета интересующих характеристик осталось задать сетку по θ и ϕ и выбрать значения начальных параметров. В процессе расчета все интегралы были взяты методом Симпсона.

5.1 Расчет спектральной и болометрической светимости

Приняв во внимание параграфы §4.1.1, §4.1.2 и §4.2, преобразуем выражения для светимостей (4.18) и (4.19) к виду:

$$L_\nu = 4\pi \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} \int_{\phi_0}^{\phi_1} \int_{\theta_*}^{\theta_s} B_\nu(\nu, T(\theta)) \tilde{S}(\theta) \cos \psi(\theta, \phi) d\theta d\phi d\nu, \quad (5.1)$$

$$L = 4 \int_{\phi_0}^{\phi_1} \int_{\theta_*}^{\theta_s} \sigma T^4(\theta) \tilde{S}(\theta) \cos \psi(\theta, \phi) d\theta d\phi, \quad (5.2)$$

где θ_s — положение ударной волны в СК, θ_* — положение поверхности НЗ в СК, ϕ_0 — начальный азимут колонки, $\phi_1 = \phi_0 + 2\pi a$ — верхняя граница азимута колонки.

Для учета затмений (см. §4.3) введем функцию f_{eclipse} , а процесс проверки затмений представим в виде умножения подынтегрального выражения на эту функцию. В связи с этим, формулы преобразуются к виду:

$$L_\nu = 4\pi \int_{\nu_{min}}^{\nu_{max}} \int_{\phi_0}^{\phi_1} \int_{\theta_*}^{\theta_s} \left(B_\nu(\nu, T(\theta)) \tilde{S}(\theta) \cos \psi(\theta, \phi) \cdot f_{\text{eclipse}}(\theta, \phi) \right) d\theta d\phi d\nu, \quad (5.3)$$

$$L = 4 \int_{\phi_0}^{\phi_1} \int_{\theta_*}^{\theta_s} \left(\sigma T^4(\theta) \tilde{S}(\theta) \cos \psi(\theta, \phi) \cdot f_{\text{eclipse}}(\theta, \phi) \right) d\theta d\phi. \quad (5.4)$$

Часто полезную информацию в себе несет усредненная по фазе характеристика. Фаза — отношение прошедшего времени к периоду вращения НЗ (t/T_{NS}). Средняя по фазе спектральная светимость может быть найдена с помощью формулы:

$$L_\nu^{avg} = \int_0^1 L_\nu(\Phi) d\Phi, \quad (5.5)$$

где Φ — фаза.

6 Результаты

В работе произведены расчеты изотропной светимости, карт неба, формы пульсаций, пульсирующей доли излучения для системы двух аккреционных колонок для разных значений входных параметров задачи.

В таблице 1 представлены основные физические характеристики, полученные при работе программы для различных значений входных параметров. Первый столбец — безразмерный темп аккреции $\dot{m} = \frac{\dot{M}c^2}{L_{\text{Edd}}}$. Во втором столбце — доля, занимаемая колонкой по азимуту a . Третий столбец — экваториальный радиус магнитосферы R_e (определяемый по формуле (1.7)), нормированный на радиус НЗ R_* : R_e/R_* . В четвертом столбце — положение фронта ударной волны R_{shock} , нормированное на радиус НЗ R_* : $\xi_{shock} = R_{shock}/R_*$ (значение ξ_{shock} самосогласованно вычисляется внутри модели Баско-Сюняева во время расчета распределения температуры в колонке (см. §4.2) для входных значений параметров модели; для случаев когда ударная волна при расчете находится за магнитосферой $\xi_{shock} > R_e$ (например № 5), колонка обрезается до радиуса магнитосферы $\xi_{shock} = R_e$). Последний столбец — излучательная способность колонок L_x , задаваемая формулой:

$$L_x = (1 - \beta)GM\dot{M}_*/R_*, \quad (6.1)$$

где β — параметр адвекции модели Баско-Сюняева, который может быть найден с помощью формулы:

$$\beta = 1 - \gamma e^\gamma [E_1(\gamma) - E_1(\gamma\xi_s)], \quad (6.2)$$

где γ — параметр, характеризующий темп аккреции, который определяется формулой (4.22); $E_1 = \int_1^\infty t^{-1}e^{-tx}dt$ — специальная функция (интегральная показательная функция), ξ_s — положение фронта ударной волны.

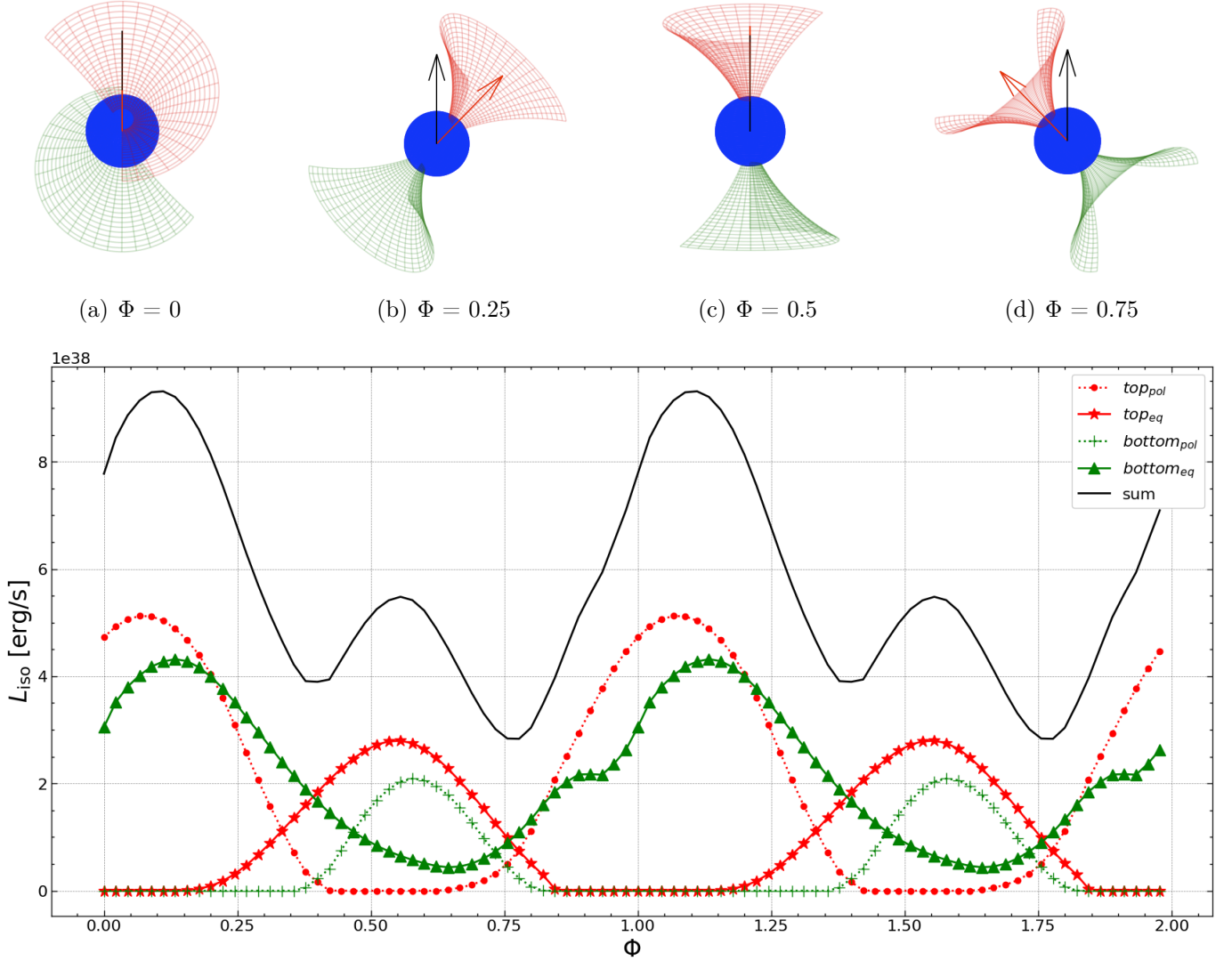
№	\dot{m}	a	$\frac{R_e}{R_*}$	ξ_{shock}	$L_x[\text{erg/s}]$
1	10	0.25	14.016	3.602	$2.336 \cdot 10^{38}$
2		0.65		2.332	$3.063 \cdot 10^{38}$
3	30	0.25	10.239	6.741	$4.396 \cdot 10^{38}$
4		0.65		3.996	$6.657 \cdot 10^{38}$
5	50	0.25	8.849	9.266	$5.585 \cdot 10^{38}$
6		0.65		5.355	$9.021 \cdot 10^{38}$
7	100	0.25	7.259	14.472	$7.354 \cdot 10^{38}$
8		0.65		8.224	$1.287 \cdot 10^{39}$
9	200	0.25	5.955	22.663	$9.203 \cdot 10^{38}$
10		0.65		12.948	$1.728 \cdot 10^{39}$

Таблица 1: Параметры моделей, использованные в расчетах.

Другие параметры моделей фиксированы, в частности, магнитный момент НЗ μ и относительная толщина раствора магнитной силовой трубки, в которой течет вещество на НЗ, на внешнем радиусе магнитосферы $\frac{\Delta R_e}{R_e}$. Список фиксированных параметров приведен в приложении А.2.

Изотропная болометрическая светимость

На рис. 9 показана модуляция изотропной болометрической светимости пульсара (для вычислений была использована формула (5.4)) для указанного набора значений параметров. Также нарисован вклад в светимость каждой из четырех поверхностей. Для контроля результатов был реализован трехмерный рендеринг конфигурации колонок.



(e) График зависимости изотропной болометрической светимости L_{iso} от фазы.

Рис. 9: На панелях a, b, c, d изображены видимые конфигурации колонок при значениях фазы 0, 0.25, 0.5, 0.75 соответственно. На рендерингах красным вектором показано направление магнитного диполя μ , черным вектором — ось вращения Ω . Синим цветом показана поверхность НЗ, колонки представлены в виде цветных арок. Верхняя (северная) колонка окрашена в красный цвет, нижняя (южная) — в зеленый. На панели e показана зависимость изотропной светимости от фазы (черным), цветными линиями показаны вклады каждой из четырех поверхностей — красный цвет соответствует верхней колонке (северный полюс), зеленым показаны вклады поверхностей с нижней колонки (южный полюс). Разными стилями линий выделены вклады от поверхностей: у каждой колонки есть по две поверхности — полярная и экваториальная, которые названы по направлениям, куда эти поверхности обращены. Значения входных параметров программы: $\theta_{obs} = 60^\circ$, $\beta_\mu = 40^\circ$, $\dot{m} = 30$, $a = 0.65$, $\phi_0 = 0^\circ$.

Значения входных параметров модели были подобраны так, чтобы периодически затмевались значительные участки поверхностей колонок. Таким образом, затмения вносят ощутимый вклад в формирование видимой излучаемой площади и, следовательно, заметно влияют на светимость источника.

За один период можем наблюдать два пульса — на фазе $\Phi \approx 0.12$ и $\Phi \approx 0.57$. За период вращения светимость меняется почти в 4 раза — от $8.7 \cdot 10^{38}$ до $2.3 \cdot 10^{38}$ эрг/с. И все это следствия только геометрических эффектов — затмения и вращения.

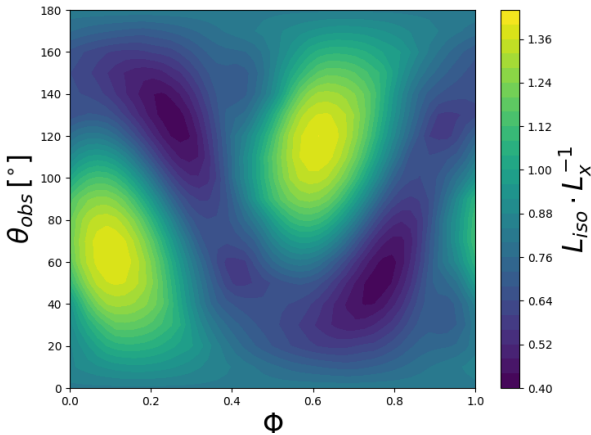
Можно проследить влияние затмений — из-за них вклады от поверхностей не являются симметричными. Так, например, на фазе ≈ 0.46 верхняя полярная поверхность полностью затмевается верхней колонкой и ее вклад становится равным 0. Это можно увидеть на изображении рендеринга на фазе $\Phi = 0.5$ (рис. 9(c)), где верхняя колонка полностью затмевает свою полярную поверхность. Также на этом изображении часть нижней полярной поверхности тоже находится в тени.

На облачном хранилище (http://xray.sai.msu.ru/sciwork/RNF/acopul_data/) представлены результаты расчетов для различных значений входных параметров. Также там представлены трехмерные рендеринги формата .gif для упрощения представления изменений геометрической конфигурации системы с изменением фазы.

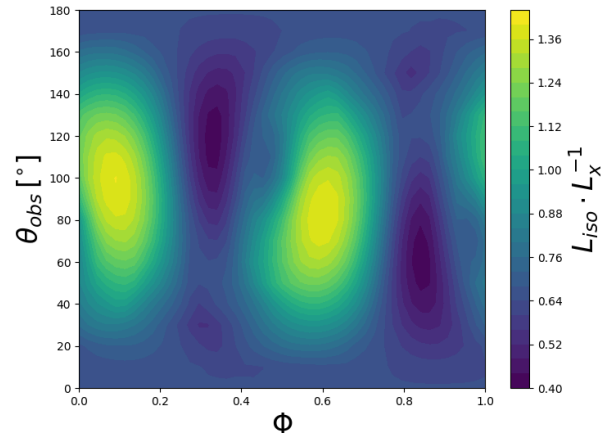
Карта неба

Картой неба будем называть диаграмму направленности излучения в зависимости от угла наблюдателя и фазы. Она показывает сколько энергии излучает источник в каждом направлении. Другими словами, это графическое представление зависимости коэффициента усиления или ослабления излучения вследствие геометрических особенностей конфигурации.

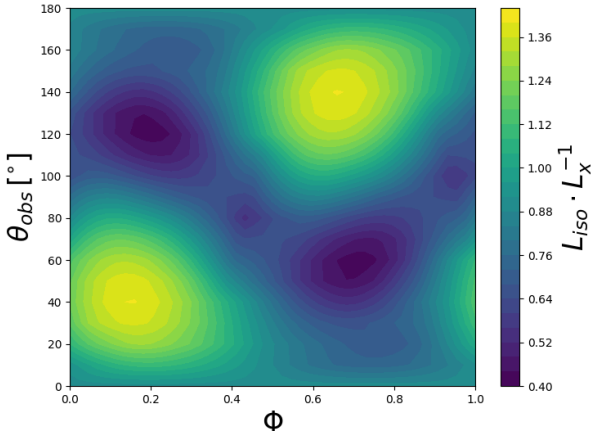
На рис. 10 приведены примеры карт неба для разных значений магнитного угла β_μ и азимутального заполнения a . Цветом показано отношение изотропной светимости к излучательной способности колонок L_{iso}/L_x . По оси OX отложена фаза, по оси OY — полярный угол наблюдателя.



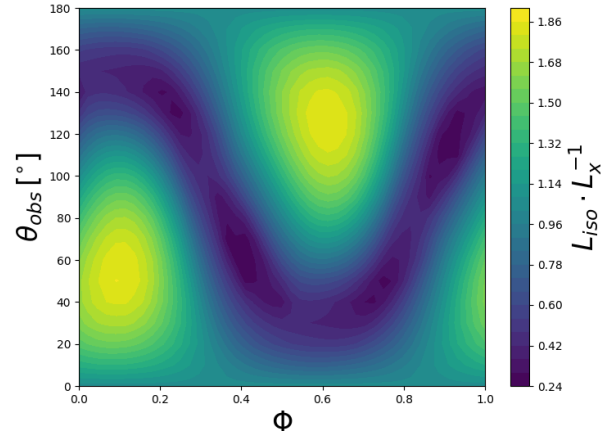
(a) $\beta_\mu = 40^\circ$, $\dot{m} = 30$, $a = 0.65$, $\phi_0 = 0^\circ$



(b) $\beta_\mu = 80^\circ$, $\dot{m} = 30$, $a = 0.65$, $\phi_0 = 0^\circ$



(c) $\beta_\mu = 10^\circ$, $\dot{m} = 30$, $a = 0.65$, $\phi_0 = 0^\circ$



(d) $\beta_\mu = 80^\circ$, $\dot{m} = 30$, $a = 0.25$, $\phi_0 = 0^\circ$

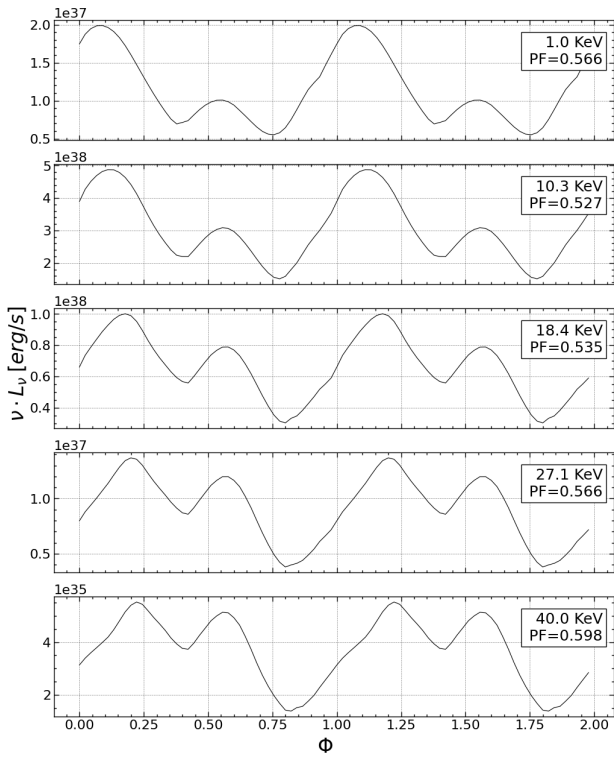
Рис. 10: Примеры карт неба.

Рисунок 10 по сути является совокупностью профилей импульсов для наблюдателей с разными наклонениями. Для того чтобы получить поток, принимаемый наблюдателем, необходимо взять срез параллельно оси ОХ на некотором выбранном значении полярного угла θ_{obs} . Это задаст положение наблюдателя, и мы получим зависимость светимости от фазы, которое будет принимать наблюдатель по мере вращения НЗ. Так, например, если взять срез карты 10(a) на угле $\theta_{obs} = 60^\circ$, то мы получим распределение аналогичное представленному на графике 9(e) только в относительном масштабе по оси ОУ.

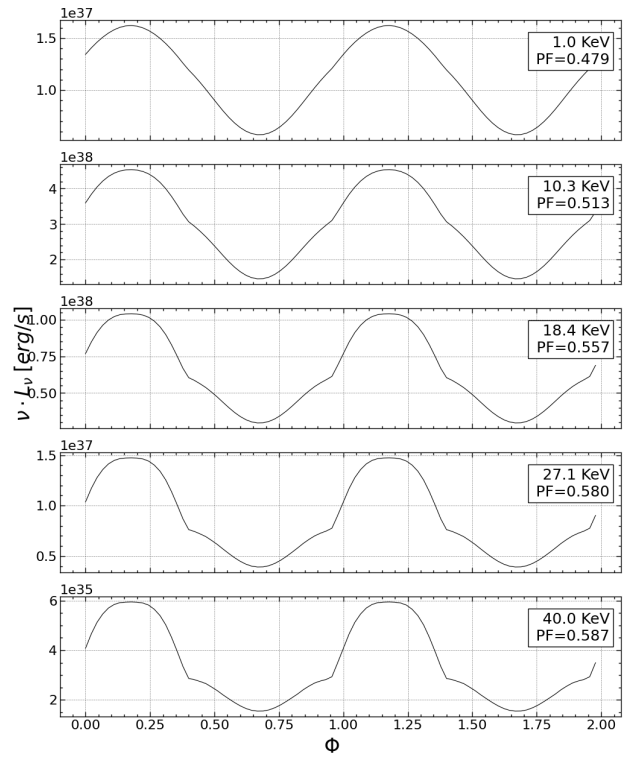
Зависимость профилей импульсов от энергии

В рамках предположения о том, что каждая элементарная площадка поверхности колонки излучает как черное тело, в работе рассчитаны профили импульсов от колонок для разных энергий фотонов. Для представления результатов нами выбрана величина νL_ν , где L_ν — изотропная светимость в единичном спектральном диапазоне.

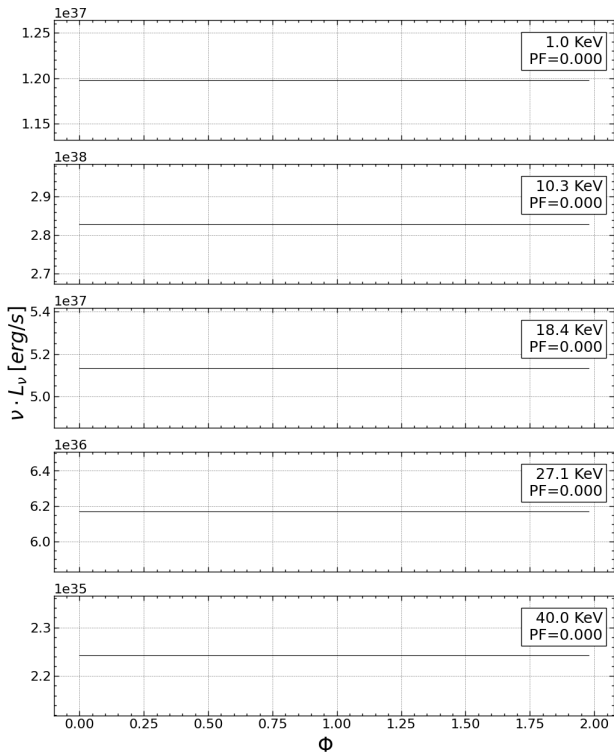
На рис. 11 представлены примеры для меняющихся значений угла наблюдателя θ_{obs} и магнитного угла β_μ . При этом значения параметров доли, занимаемой колонкой a , нормированного темпа аккреции \dot{m} и угла начала колонки по азимуту ϕ_0 были зафиксированы.



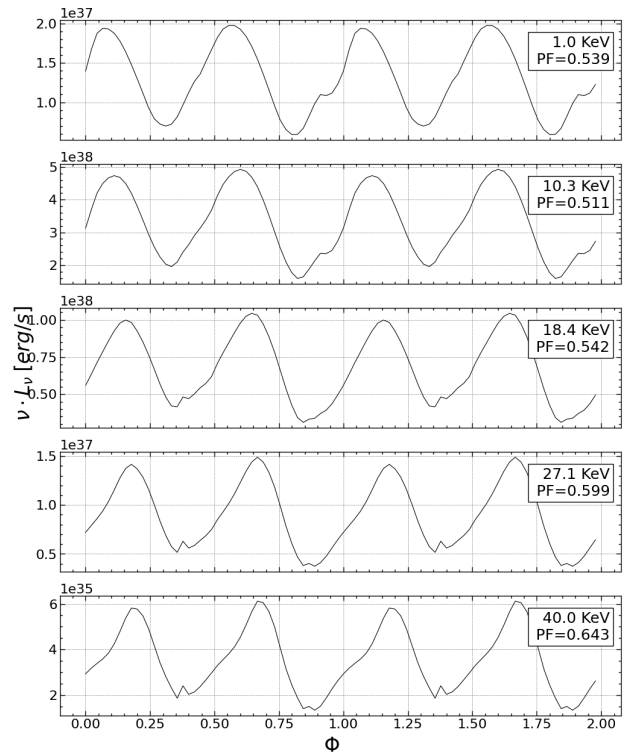
(a) $\theta_{obs} = 60^\circ$, $\beta_\mu = 40^\circ$, $\dot{m} = 30$, $a = 0.65$, $\phi_0 = 0^\circ$



(b) $\theta_{obs} = 60^\circ$, $\beta_\mu = 0^\circ$, $\dot{m} = 30$, $a = 0.65$, $\phi_0 = 0^\circ$



(c) $\theta_{obs} = 0^\circ$, $\beta_\mu = 40^\circ$, $\dot{m} = 30$, $a = 0.65$, $\phi_0 = 0^\circ$



(d) $\theta_{obs} = 80^\circ$, $\beta_\mu = 80^\circ$, $\dot{m} = 30$, $a = 0.65$, $\phi_0 = 0^\circ$

Рис. 11: График зависимости νL_ν от фазы для разных энергий фотонов. На каждом из диапазонов излучения сверху справа в рамке представлена энергия излучаемых фотонов и доля пульсирующего излучения, рассчитанная по формуле (3.9).

Легко заметить, что при $\theta_{obs} = 0$ (рис 11(c)) пульсации отсутствуют. Это происходит потому что, хотя НЗ и вращается, но так как наблюдатель находится на оси вращения, то каждая

площадка будет видна под углом, независящим от фазы. Следовательно видимая интенсивность излучения от источника будет постоянной во времени.

Основная причина отличий профилей импульсов на разных диапазонах энергий состоит в распределении температуры в колонке. Из-за распределения температуры у разных частей колонок пик интенсивности излучения расположен в разных частотных диапазонах. Так, например, в рамках сделанного предположения о чернотельности излучаемого потока, наиболее жесткие кванты излучаются вблизи поверхности НЗ, потому что там поверхность колонки имеет максимальную температуру (см. рис. 12). Излучающие области поверхностей колонок разной температуры затмеваются по разному в зависимости от геометрической конфигурации. Вследствие чего на одной и той же фазе профили импульсов будут отличаться в различных диапазонах. Так, например, основания колонок могут быть полностью затменены (при полном заполнении магнитосферы на определенной фазе), и тогда мы увидим резкий спад энергии в наиболее жестком диапазоне излучения.

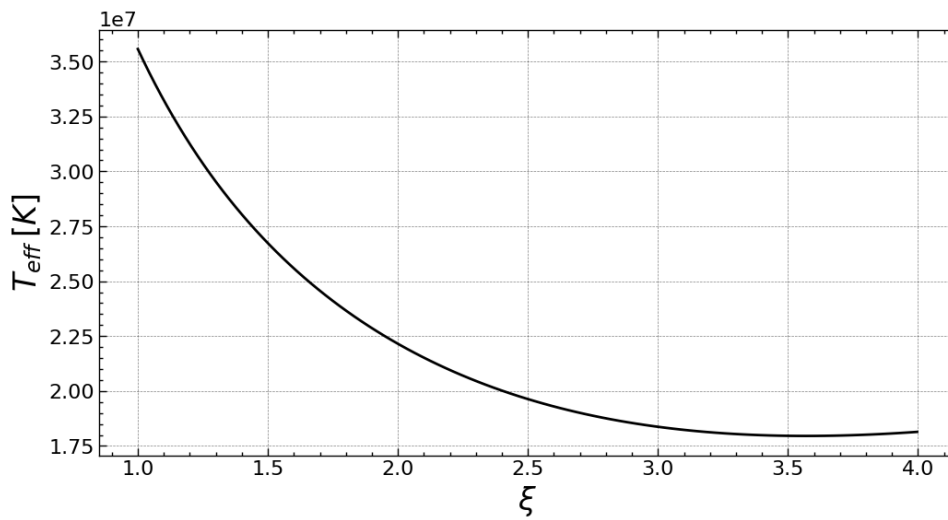


Рис. 12: Зависимость температуры в колонке T_{eff} от расстояния вдоль сферического радиуса нормированного на радиус НЗ $\xi = R/R_*$. Распределение T_{eff} получено в рамках модели Баско-Сюняева. Значения параметров $\dot{m} = 30$, $a = 0.65$.

На больших энергиях мы ожидаем большой вклад нетеплового излучения из-за комптонизации излучения. В нашей модели мы не учитываем комптонизацию, поэтому дальше рассматриваем только излучение на относительно мягкой энергии излучения $h\nu = 4.73 \text{ keV}$.

Зависимость изотропной спектральной светимости от фазы и азимута начала колонки

В нашей модели много параметров, и трехмерные цветные графики удобны тем, что можно исследовать зависимости от двух параметров одновременно. Отметим, что в задаче присутствует не очевидный на первый взгляд параметр ϕ_0 — азимут начала колонки в сферической СК, связанной с магнитным полем НЗ — влияние которого велико на видимую картину. Для иллюстрации зависимости формы пульсаций от этого параметра на рисунке 13 мы приводим цветную развертку профилей импульса для величины νL_ν . По оси ОХ отложена фаза, по оси ОУ — азимут начала колонки в градусах.

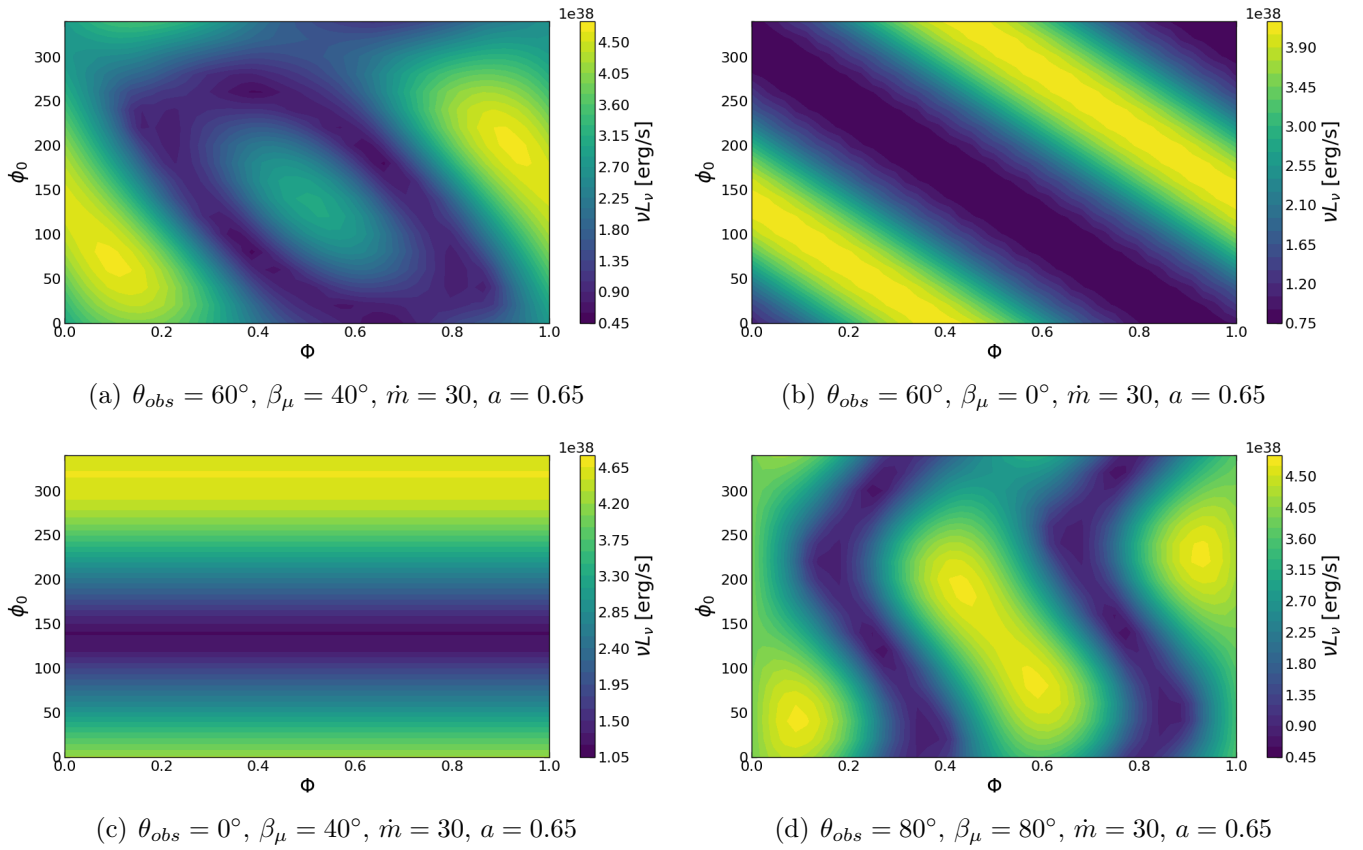


Рис. 13: Зависимость νL_ν от фазы и азимута начала колонки ϕ_0 .

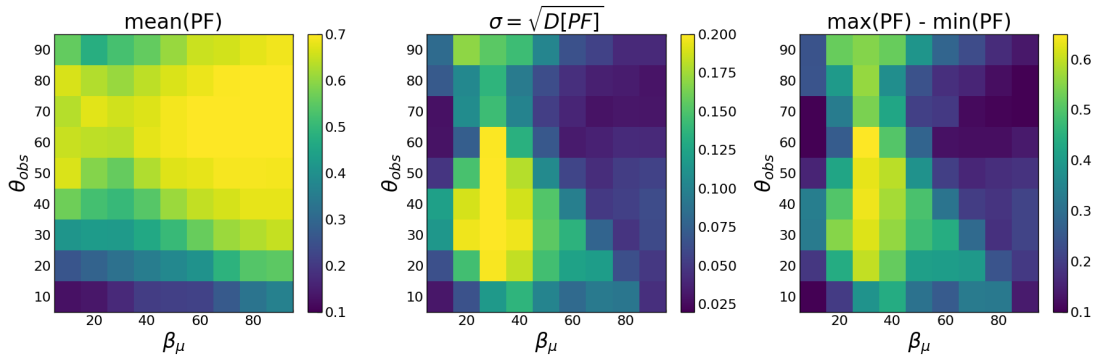
Взяв срез параллельно оси ОХ, получим зависимость изотропной спектральной светимости от фазы на некотором выбранном значении ϕ_0 (параметра, отвечающего за азимут начала колонки).

При $\beta_\mu = 0^\circ$ магнитная ось сонаправлена с осью вращения (рис. 13(b)), и изменение ϕ_0 эквивалентно сдвигу фазы. Вследствие чего на рисунке b формируются наклоненные линии, вдоль которых значение светимости постоянно, так как каждый следующий слой по ϕ_0 параллельно ОХ сформирован из смещенного по фазе предыдущего.

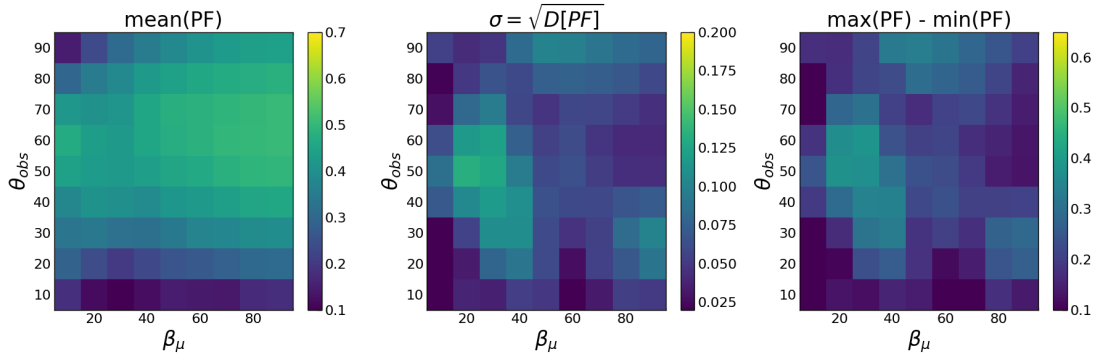
Доля пульсирующего излучения

Для количественного описания степени переменности наблюдаемого потока от фазы вращения НЗ принято использовать так называемую долю пульсирующего излучения (PF от англ. pulsed fraction), которую можно рассчитать по формуле (3.9).

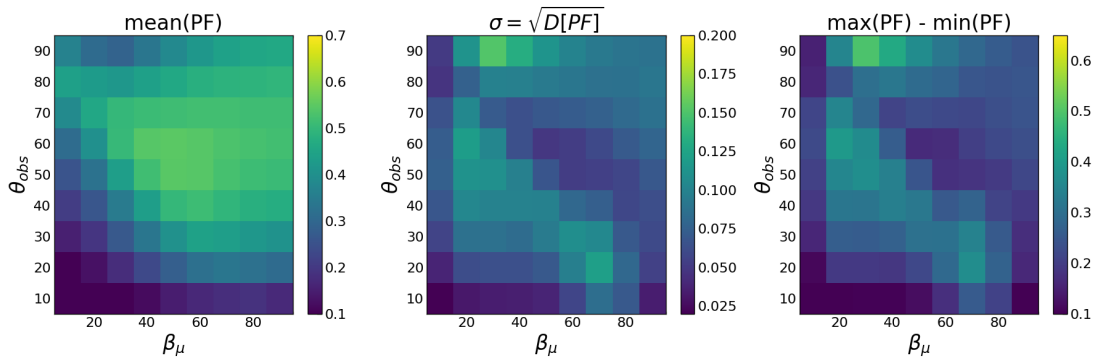
Ниже представлены характеристики распределения PF для излучения на энергии $h\nu = 4.73 \text{ keV}$. Как было описано в предыдущем разделе, наблюдаемые характеристики излучения колонок зависят от параметра азимута начала колонки ϕ_0 . Предсказать значение этого параметра для источников на небе не представляется возможным. Поэтому нами были проведены расчеты на сетке значений $\phi_0 = [0^\circ, 360^\circ]$ с шагом 20° , чтобы охватить все возможные значения этого параметра. На рисунке 14 представлены среднее значение, среднее квадратичное отклонение и разность максимального и минимального значения PF при варьировании значения параметра ϕ_0 . Показана зависимость этих характеристик от угла наблюдателя θ_{obs} и магнитного угла β_μ .



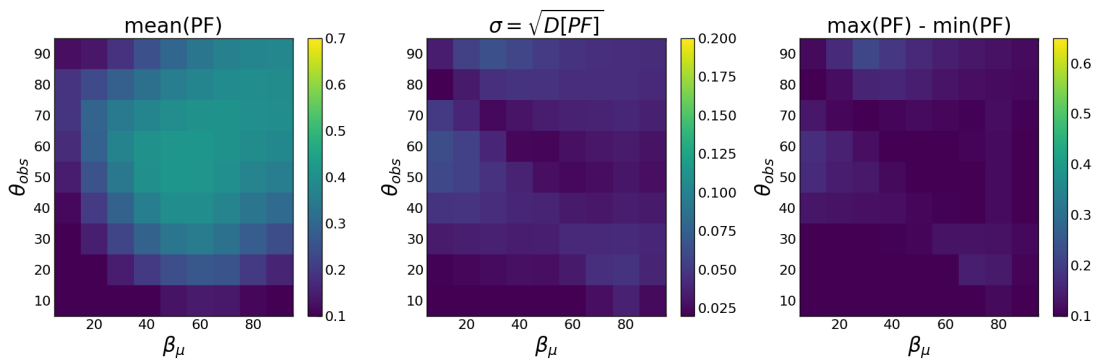
(a) $\dot{m} = 30, a = 0.25$



(b) $\dot{m} = 30, a = 0.65$



(c) $\dot{m} = 100, a = 0.25$



(d) $\dot{m} = 100, a = 0.65$

Рис. 14: Среднее значение, среднее квадратичное отклонение и разность максимального и минимального значений распределений PF при варьировании значения параметра ϕ_0 . Представлена зависимость этих характеристик от углов θ_{obs}, β_μ в общих абсолютных шкалах.

Заметим, что при одном и том же значении темпа аккреции среднее значение доли пульсирующего излучения RF больше при меньшем заполнении колонки a . При $a = 0.25$ (колонка заполняет сравнительно небольшой интервал азимутов) на некоторой фазе возникает момент, когда мы смотрим на колонки сбоку, и, следовательно, видимая площадь резко падает (рис. 15), что приводит к очень большому значению RF для большого интервала ϕ_0 . Поэтому величина RF испытывает больший разброс чем на $a = 0.65$. При $a = 0.65$ тоже возникают удачные конфигурации на некоторых фазах, когда наблюдатель будет смотреть в дыры между колонками (рис 16). Но они возникают реже и лишь на малом промежутке значений ϕ_0 , поэтому в целом RF принимает меньшие значения.

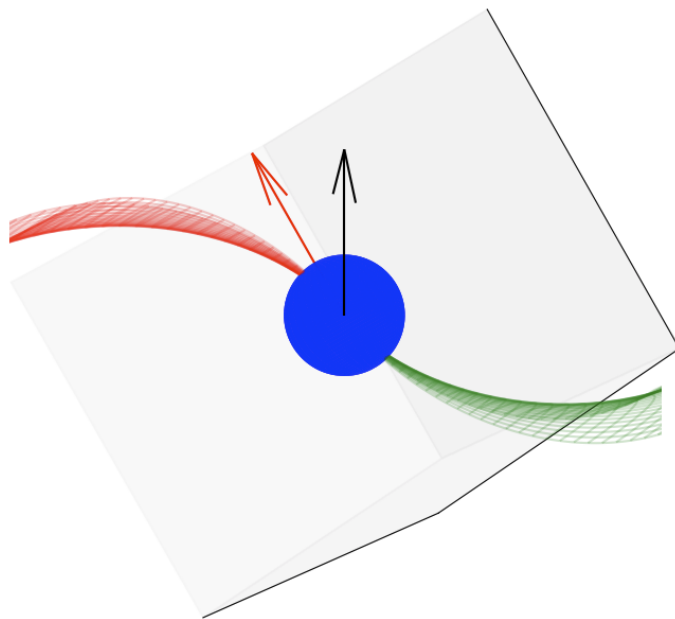


Рис. 15: Видимая конфигурация колонок в некоторый момент фазы. При такой конфигурации поток, регистрируемый наблюдателем, близок к минимальному, так как все поверхности наблюдаются под углами, близкими к 90 градусам. $\theta_{obs} = 60^\circ$, $\beta_\mu = 40^\circ$, $\dot{m} = 30$, $a = 0.25$, $\phi_0 = 0^\circ$, $\Phi = 0.64$.

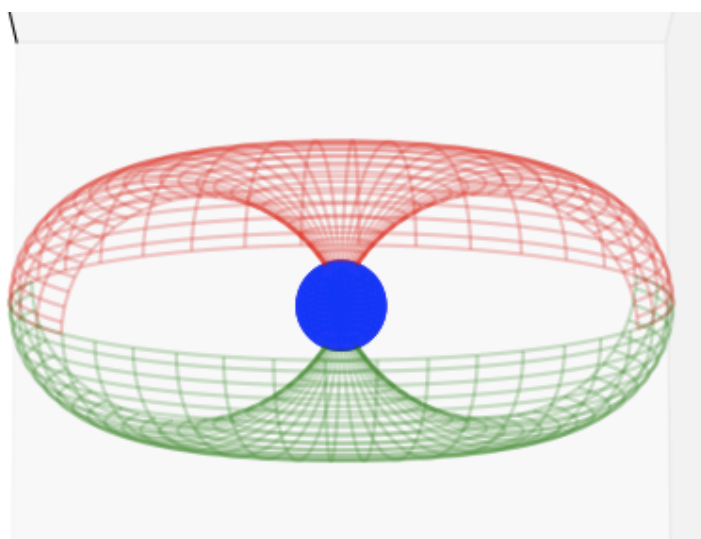
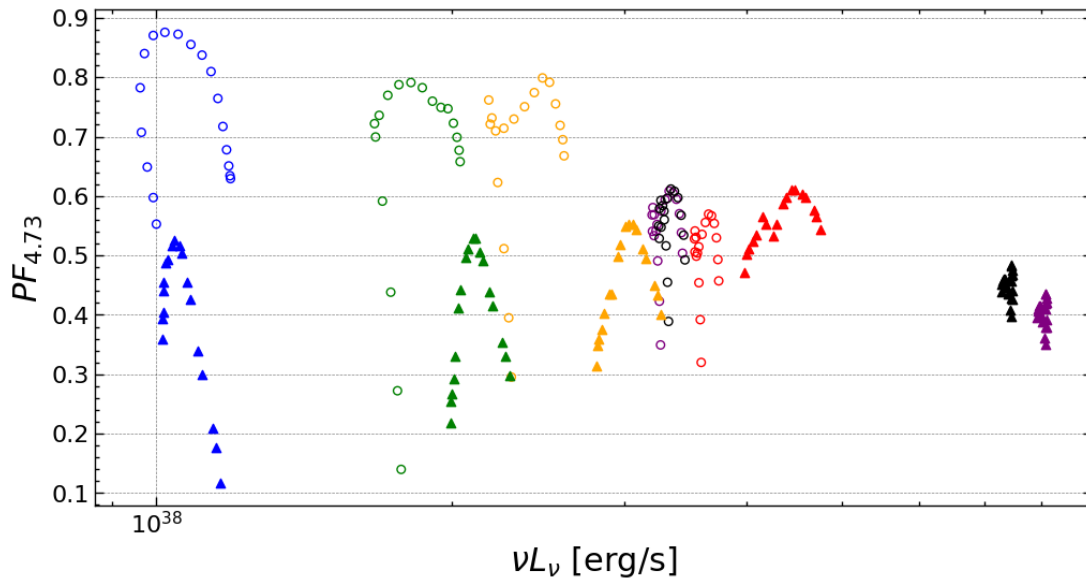


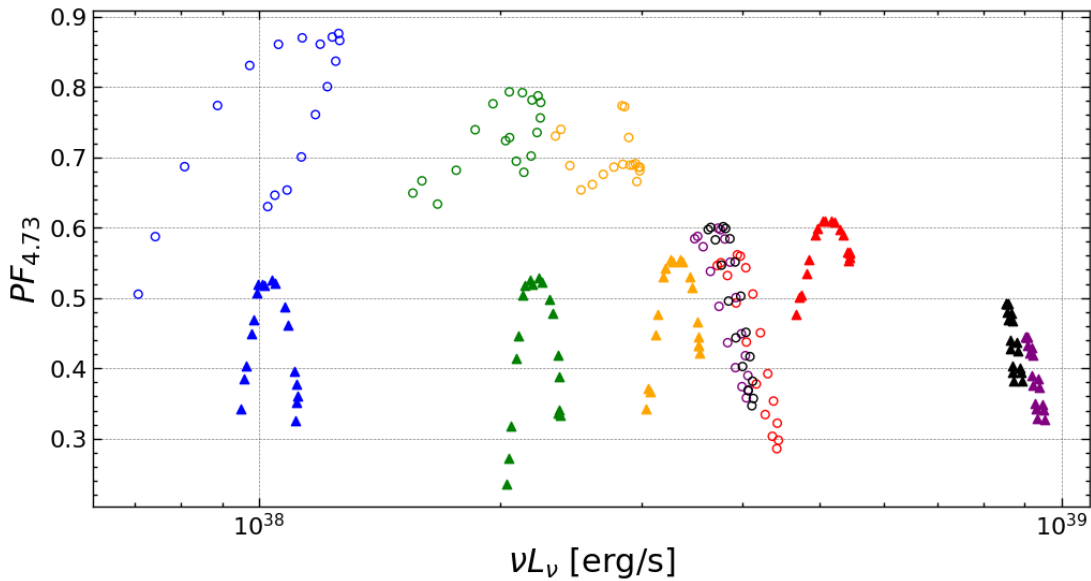
Рис. 16: Конфигурация колонок, при которой мы наблюдаем “дыры” в аккреционном потоке. Эффективная видимая площадь колонок мала по сравнению с наблюдаемой площадью на других значениях фазы. $\theta_{obs} = 60^\circ$, $\beta_\mu = 40^\circ$, $\dot{m} = 100$, $a = 0.65$, $\phi_0 = 60^\circ$, $\Phi = 0.5$.

Зависимость доли пульсирующего излучения от изотропной спектральной светимости

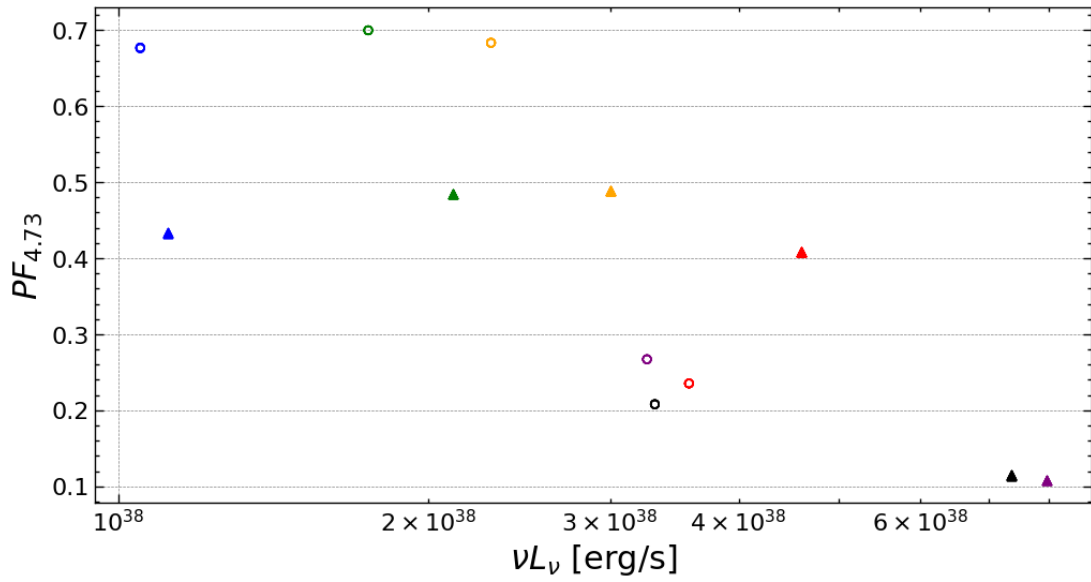
Во время вспышек в источниках с аккрецией на сильно замагниченные НЗ наблюдаемые значения доли пульсирующего излучения и изотропной светимости будут меняться при изменении темпа, с которым вещество выпадает на НЗ. На рисунке 17 показана зависимость среднего значения PF от изотропной спектральной светимости, усредненной по фазе и домноженной на частоту излучения νL_ν^{avg} . Как и в предыдущем подразделе, рассматриваем излучение на энергии фотонов $h\nu = 4.73 \text{ keV}$. Точки одного типа на графике (один маркер и один цвет) соответствуют разным значениям начала азимута колонки ϕ_0 . Построено несколько распределений для разных значений параметров доли, занимаемой колонкой a , и нормированного темпа аккреции \dot{m} .



(a) $\theta_{obs} = 60^\circ$, $\beta_\mu = 40^\circ$



(b) $\theta_{obs} = 80^\circ$, $\beta_\mu = 80^\circ$



(c) $\theta_{obs} = 60^\circ$, $\beta_\mu = 0^\circ$

Рис. 17: Зависимость PF на энергии излучения 4.73keV от усредненного по фазе νL_ν^{avg} . Цветами показаны разные значения нормированного темпа аккреции \dot{m} (синий 10, зеленый 20, оранжевый 30, красный 50, фиолетовый 100, черный 200), типом маркера — доля, занимаемая колонкой a (пустые кружки 0.25, треугольники 0.65).

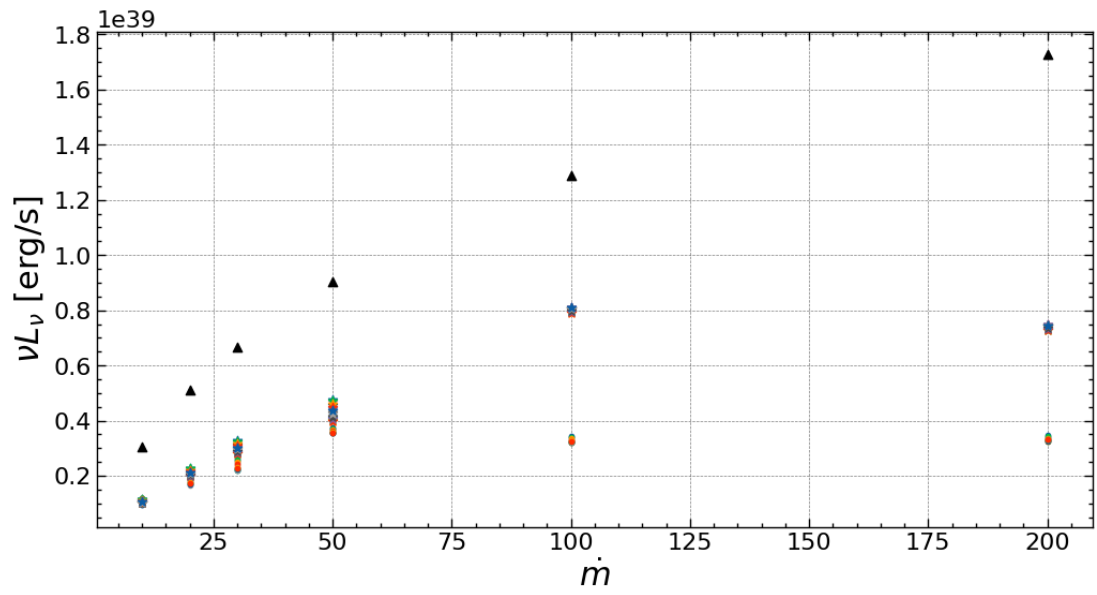
На рисунке 17(c) при $\beta_\mu = 0^\circ$ вместо каждого семейства точек стоит только одна точка. Это происходит потому что, как уже было сказано ранее, при $\beta_\mu = 0^\circ$ изменение ϕ_0 эквивалентно сдвигу по фазе. Поэтому, рассматривая изменение доли пульсирующего излучения PF вдоль фазы, мы будем получать одно и то же значение на разных ϕ_0 .

Мы можем заметить, что при меньших значениях параметра доли, занимаемой колонкой, значения доли пульсирующего излучения PF в среднем больше (кружки находятся выше треугольников). Это следствие изменения видимой геометрической конфигурации — на меньших значениях параметра чаще возникают ситуации, когда видимая излучаемая площадь резко уменьшается из-за затмений или ориентации поверхностей.

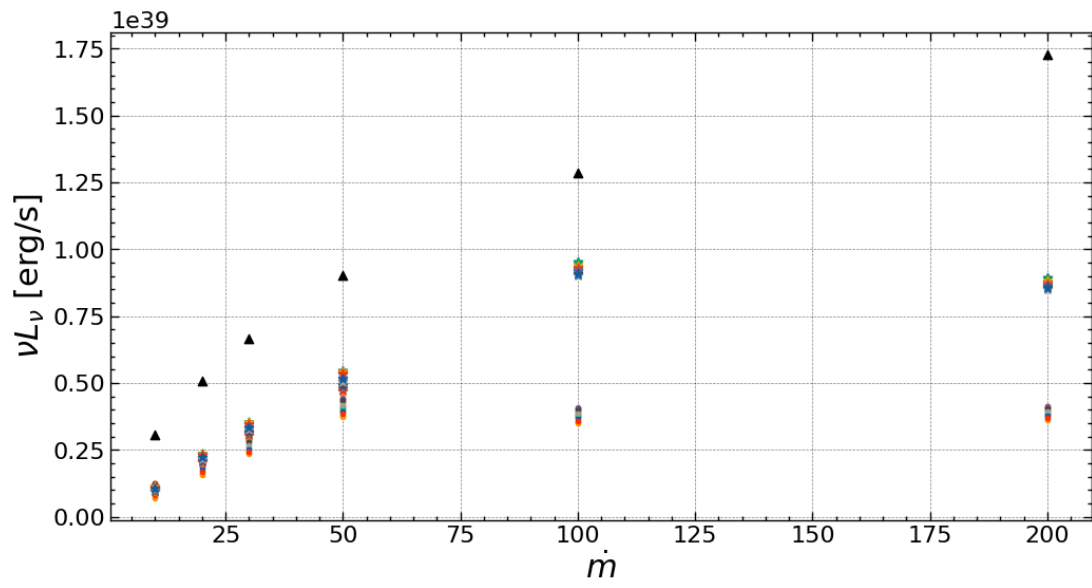
Логично было бы ожидать, что значение νL_ν должно увеличиваться при увеличении безразмерного темпа аккреции \dot{m} . Для $a = 0.25$ это наблюдается вплоть до $\dot{m} = 50$ (красный цвет) — семейство точек, соответствующих $\dot{m} = 100$ (фиолетовый цвет) уже находится левее точек, соответствующих $\dot{m} = 50$. Эффект уменьшения наблюдаемого потока от аккреционных колонок при увеличении темпа аккреции обсуждается нами в следующем разделе.

Зависимость νL_ν от темпа аккреции

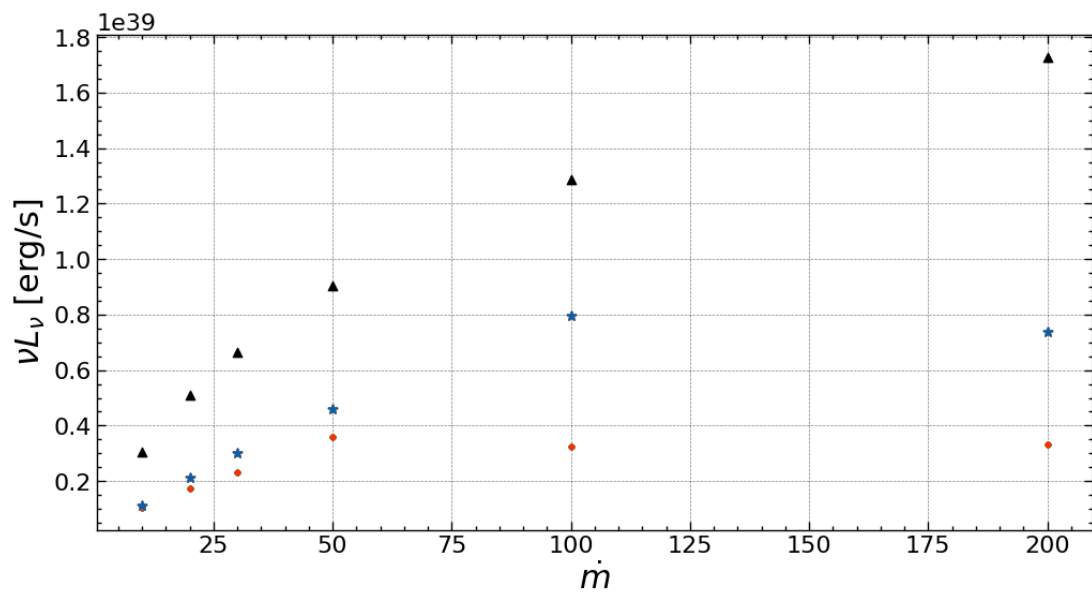
Ниже представлен график νL_ν от темпа аккреции \dot{m} . По оси OX отложен темп аккреции \dot{m} , по оси OY — νL_ν . Также отображены значения излучательной способности колонок L_x (рассчитаны по формуле (6.1)) на этой же сетке по \dot{m} .



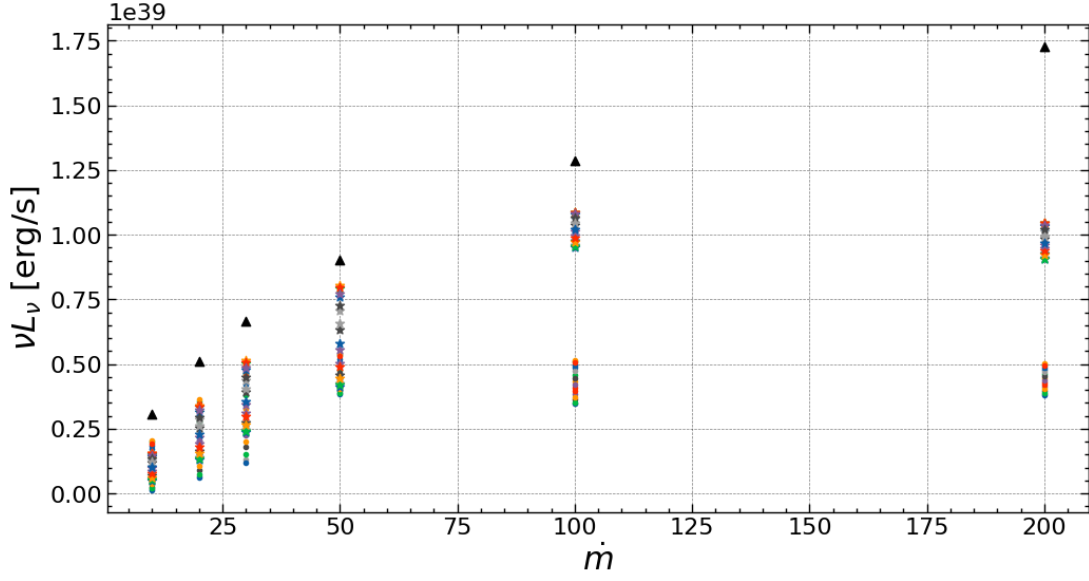
(a) $\theta_{obs} = 60^\circ, \beta_\mu = 40^\circ$



(b) $\theta_{obs} = 80^\circ, \beta_\mu = 80^\circ$



(c) $\theta_{obs} = 60^\circ, \beta_\mu = 0^\circ$



(d) $\theta_{obs} = 0^\circ$, $\beta_\mu = 40^\circ$

Рис. 18: Зависимость νL_ν усредненного по фазе от нормированного темпа аккреции \dot{m} . Цветами показаны разные значения угла начала колонки по азимуту ϕ_0 , типом маркера — доля, занимаемая колонкой a (кружки 0.25, звездочки 0.65). Также треугольниками отображено значение L_x .

На каждом из графиков мы наблюдаем ряды точек, располагающихся на одной линии $\dot{m} = C$, полученные при варьировании ϕ_0 . Заметим, что вплоть до $\dot{m} = 50$ νL_ν монотонно растет, как и L_x . Однако при большем темпе аккреции происходит слом зависимости. Так, например, для $a = 0.25$ ряд точек при $\dot{m} = 100$ уже находится ниже ряда точек на $\dot{m} = 50$. Это объясняется тем, что экваториальный радиус магнитосферы уменьшается (таблица 1) с ростом темпа аккреции, а колонка при этом занимает всю магнитосферу. Таким образом, излучающая площадь колонки уменьшается и, следовательно, наблюдаемый поток тоже. Для $a = 0.65$ заполнение магнитосферы происходит на $\dot{m} = 100$. Поэтому спад значений νL_ν происходит на промежутке $\dot{m} = (100, 200)$.

7 Заключение

Для источников с большими темпами аккреции излучающими областями можно считать аккреционные колонки, тепловое излучение от которых рассчитано в работе. В рамках простой локально-чернотельной модели излучения нами показано, что форма импульсов рентгеновского пульсара определяется не только темпом аккреции, напряженностью и наклоном оси дипольного магнитного поля, но также зависит от диапазона долгот, на которых происходит аккреция. Таким образом, у конкретного объекта форма импульсов может очень сильно различаться при практически неизменной светимости. Асимметрия колонки естественным образом приводит к асимметрии формы импульсов без привлечения экзотических конфигураций магнитного поля.

В ходе работы были написаны скрипты на языке Python для численного расчета распределения характеристик полярной колонки НЗ. Полученные результаты моделирования были сопоставлены с аналитическими формулами Баско-Сюняева. Были проведены многочисленные расчеты изотропной светимости при разных значениях входных параметров.

В работе, наряду с другими многочисленными характеристиками, были рассчитаны зависимости доли пульсирующего излучения от величины изотропной светимости источника при свободных параметрах величины заполнения a и безразмерного темпа аккреции \dot{m} . Данные величины являются наблюдаемыми характеристиками и могут быть использованы для сравнения предсказаний модели с результатами наблюдений.

В процессе работы использовались пакеты языка Python — `numpy` и `scipy`, а также дополнительный пакет для анализа графического представления результатов экспериментов — `matplotlib`. Методом трассировки лучей рассчитано наблюдаемое излучение от высоких аккреционных колонок в дипольной геометрии магнитного поля НЗ. Получены зависимости изотропной светимости, формы импульсов, карт неба пульсара и доли пульсирующего излучения RF от значений параметров задачи. Приведены графические результаты моделирования.

Работа поддержана грантом РФФ 21-12-00141. Результаты данной работы были представлены в виде доклада-постера на всероссийской конференции “Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра 2022 (НЕА-2022)” в Институте космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН). ц

Список литературы

- Abolmasov, P. & Lipunova, G. 2022, arXiv e-prints, arXiv:2207.12312
- Bachetti, M., Harrison, F. A., Walton, D. J., et al. 2014, *Nature*, 514, 202
- Basko, M. M. & Sunyaev, R. A. 1976, *MNRAS*, 175, 395
- Davidson, K. 1973, *Nature Physical Science*, 246, 1
- Giacconi, R., Gursky, H., Kellogg, E., Schreier, E., & Tananbaum, H. 1971, *ApJ*, 167, L67
- Inoue, H. 1975, *PASJ*, 27, 311
- Kulsrud, R. M. & Sunyaev, R. 2020, *Journal of Plasma Physics*, 86, 905860602
- Lipunov, V. M. 1987, *Astrofizika nejtronnykh zvezd (Astrophysics of neutron stars)*.
- Liu, J., Jenke, P. A., Long, J., et al. 2022, arXiv e-prints, arXiv:2203.12227
- Mihalas, D. M. 1982, *Stellar atmospheres*.
- Shakura, N., ed. 2018, *Accretion Flows in Astrophysics (Springer International Publishing)*
- Tsygankov, S. S., Doroshenko, V., Lutovinov, A. A., Mushtukov, A. A., & Poutanen, J. 2017, *A&A*, 605, A39
- Wilson-Hodge, C. A., Malacaria, C., Jenke, P. A., et al. 2018, *ApJ*, 863, 9

Приложение

А Часто используемые символы

a	Доля, занимаемая потоком в азимутальном направлении от полной окружности
A_{\perp}	Поперечное сечение потока (геометрический параметр колонки)
c	Скорость света
G	Гравитационная постоянная
L_x	Болометрическая светимость колонок
L_*	Критическая светимость, при которой образуется радиационная ударная волна
L_{edd}	Эддингтоновский предел светимости
M_{\odot}	Масса Солнца
\dot{M}	Темп аккреции на центральный объект
R	Сферический радиус вдоль линий поля
R_a	Альфвеновский радиус
R_e	Экваториальный размер магнитосферы
ΔR_e	Глубина проникновения магнитного поля в аккреционный диск
s	Поток массы
T_{eff}	Эффективная температура
β	Параметр адвекции
δ	Толщина потока (геометрический параметр колонки)
μ	Дипольный магнитный момент
$\xi = R/R_*$	Относительное расстояние вдоль сферического радиуса
ξ_s	Положение фронта ударной волны.
$\xi_m = R_e/R_a$	Параметр модели
σ	Постоянная Стефана-Больцмана
θ	Полярный угол в СК, связанной с магнитным полем НЗ
ϕ	Азимутальный угол в СК, связанной с магнитным полем НЗ
ψ	Угол между направлением на наблюдателя и нормалью к площадке
θ_*, θ_s	Границы интегрирования от поверхности НЗ до границы ударной волны
γ, η	Параметры модели БС, зависящие от параметров НЗ и темпа аккреции
\varkappa	Непрозрачность среды

A.1 Параметры программы

θ_{obs}	Полярный угол в сферической СК, определяющий направление на наблюдателя
ϕ_{obs}	Азимутальный угол в сферической СК, определяющий направление на наблюдателя
β_μ	Магнитный угол — угол между магнитной осью НЗ μ и осью вращения НЗ Ω
a	Доля, занимаемая потоком в азимутальном направлении от полной окружности
ϕ_0	Начальный азимут колонки в сферической системе координат
M	Темп аккреции на центральный объект
$\dot{m} = \frac{\dot{M}c^2}{L_{Edd}}$	Параметр, характеризующий темп аккреции
R_*	Радиус НЗ
M_*	Масса НЗ
μ	Магнитный момент
\varkappa	Непрозрачность среды
$\xi_m = R_e/R_a$	Параметр модели для экваториального радиуса магнитосферы

A.2 Значения фиксированных параметров программы

$M_* = 1.4 \cdot 1.9891 \cdot 10^{33}$	г
$R_* = 10^6$	см
$\mu = 0.1 \cdot 10^{30}$	Гаусс \cdot см ³
$L_{edd} = 2 \cdot 10^{38}$	эрг/с
$\varkappa = 0.35$	см ² /г
$\frac{\Delta R_e}{R_e} = 0.25$	
$\xi_m = 0.5$	

A.3 Параметры модели Баско-Сюняева

β	Параметр, характеризующий долю энергии, выделяемой при аккреции, которая не излучается с поверхности колонки
γ	Параметр, характеризующий темп аккреции
η	Безразмерный параметр, определяемый только свойствами НЗ
ϵ	Обратное отношение темпа аккреции к критическому темпу, соответствующему началу режима ударной волны
ξ_s	Положение фронта ударной волны, нормированное на радиус НЗ R_*